—「つまずき」の顕著な指導事項の授業改善を中心に
確かな学力の育成を目指して—

評価を生かした新しい
中学校「数量関係」の指導

岡山大学算数・数学教育学会
中学校「数学」学力診断プロジェクト

目　　次

巻 頭 言

序　章

巻頭言

新学習指導要領が平成１４年４月から小学校・中学校で同時完全実施されました。新学習指導要領では、従来の教え込み学習から子ども主体の学びの学習の転換を図り、ゆとりの中で「自ら学び、自ら考える」等の「生きる力」の育成を目指す方向性が示されています。

新学習指導要領の改訂については、算数・数学の指導内容を３０％縮減したことで、学力低下を危惧する論議がマスコミ等でも盛んに取り上げられています。学力低下が本当に生じているという客観的なデータはないようです。大事なことは、学力低下を生じさせないようにすることであると思われます。量的な面から算数・数学の学力を捉え、算数・数学の指導内容を３０％縮減したのを元通りにフィードバックすれば、算数・数学の学力低下は起こらないという短絡的な問題でもなさそうです。新学習指導要領が目指す、数量や図形に子どもが主体的に関わり、算数・数学を自ら学び、自ら考える力を身に付け、「算数大好き」「数学大好き」という子どもがどんどん増えていけば、学力低下を危惧しなくてもよいと思われます。

理数離れが進んでいるという声をよく聞きます。子どもは初めから算数・数学が嫌いなのかというと、現場の先生の声を聞くと、そうではないようです。小学校第１学年では好きだったのに、学年が上がるにつれてだんだん嫌いな子どもが増えていくようです。「算数が分からなくなった」「算数ができなくなった」というのが、一番の要因だそうです。学年が進むにつれて、だんだん数学が嫌いにな子供が増えていく傾向は、中学校に進んでからも同様であることが、平成13年度実施の「小中学校教育課程実施状況調査」報告書（国立教育政策研究所教育課程研究センター）で明らかにされています。

私たちは、子どもが数学を楽しく学び、充実感を味わうためには、数学の学習指導において、教科書程度の指導内容を確実に学ぶことが大切であると考えています。基礎・基本の確実な定着を図り、これを次数学のの学習に主体的に、創造的に活用し、また、新しい基礎・基本を確実に身に付けていくというようにサイクリックに基礎的・基本的な数学を学ぶ続ける子どもを育成したいと願っています。

本研究は、教科書の内容を子どもたちは本当にどのくらい理解しているのか、その現状を認識してから、新学習指導要領の意図する数学の授業改善を図ることを考えました。

私たちの数学学力診断調査にご協力頂いた岡山県内の中学校８校の先生方には、深甚なる感謝を申し上げます。お陰を持ちまして、岡山大学数学学力診断調査プロジェクトの先生方の連携協力により、「数量関係」の領域における『数学学力診断を生かす「数量関係」の指導』という数学の授業改善の具体的方策の実践例をここにまとめることができました。

学力の向上を目指す先生方の数学科授業改善の具体的な提案になれば幸いだと思っています。

平成１５年１１月
岡山大学算数・数学教育学会
会長　　髙橋敏雄

序章

学力問題

平成８年７月の中央教育審議会第一次答申では，これからの学校教育のあり方として，

①「ゆとり」の中で自ら学び自ら考える力などの「生きる力」の育成を基本とし，

②教育内容の厳選と基礎・基本の徹底を図ること，

③一人一人の個性を生かすための教育を推進すること，

④豊かな人間性とたくましい体をはぐくむための教育を改善すること，

⑤横断的・総合的な指導を推進するため「総合的な学習の時間」を設けること，

⑥完全学校週５日制を導入すること

などが提言された。

この中で最大の論点となったのが，「ゆとり」を生むための「教育内容の厳選」である。周知のように指導内容が30％削減され，それに伴う学力低下を危惧する声がマスコミを巻き込んで日増しに大きくなっていった。しかし文部科学省（当時の文部省）は「学力とは知識理解の量だけではないし，ＩＥＡ（平成１１年）やＯＥＣＤ（平成１２年）の調査によれば，国際的な日本の児童・生徒の学力は上位である」として，当初これらの指摘を突っぱねた。この時，文部科学省は学習指導要領を「学習すべき内容の上下範囲を示している」との立場をとっていた。その後東京理科大学の澤田利夫氏が平成７年と平成１２年における中学２年生の数学の成績を比較し，「ゆとり教育の中での学力低下」を指摘したのをはじめ，各地の研究会や学会で「日本の児童・生徒の学力は低下している」との報告が次々となされるに至り，平成１３年文部科学省は「学習指導要領の内容は最低限のものであり，より高度な内容を扱ってもよい」との方針転換を打ち出した。「厳選に伴うゆとりの中で基礎基本を重視し，新たな学力を育成しよう」という大方針を数年にして破棄したのである。そして平成１４年には，「確かな学力をはぐくむ」という学習指導要領のねらいを実現するためとして，「個に応じた指導に関する指導資料－発展的な学習や補充的な学習の推進－（中学校数学編）」を発表した。これは，補充的な事例も含んではいるが，ねらいは発展的な事例であり，平成１５年には正式に学習指導要領で縛っていた上限を撤廃した。

確かに生徒が身につける学習内容は多いに超したことはない。日本の２０年先を行く欧米では，学習内容を大幅に削減し創造性を重視する政策をとっていたが，多くの生徒は創造性を発揮しようにも知識が不足しすぎていたり，時間がかかりすぎて思うようには進展しなかったという皮肉な実例もある。

しかしゆとりと厳選自体はけっして悪いものではない。ゆとりがなければ達成できないものも多いし，量的に指導内容が増えると学力が上がり，減ると学力が下がるという

単純なものではない。つまり文部科学省がかつて提言したように，学力は知識理解の量だけで測れるものではなく，数学に関して言えば「数学への関心・意欲・態度」，「数学的な見方や考え方」，「数学的な表現・処理」，「数量，図形などについての知識・理解」等の総合的な力で測るべきものである。したがって，学力について語るには，現在行っている数学の授業で，生徒は上記観点の学力をどの程度身につけているかを正確に調査し把握する必要がある。そしてさらに現行の時間で，指導法を工夫することにより，不足する学力がどの程度回復可能なのかについても研究していかなければならない。

中学校数学学力診断プロジェクトのねらい

岡山大学算数・数学教育学会の「数学学力診断プロジェクト」はまさに上記のねらい（現在の生徒が身につけている４観点の学力を正確に診断すること。そしてその結果明らかになった不足している学力を回復させるための指導法を研究し提言すること）を達成するために平成１０年に発足したのである。文部科学省もこれらの調査結果を腰を落ち着けて待ち，じっくりと検討してから今後の方針を決定すべきではなかったのではないだろうか。学校現場が始まったばかりの新教育課程になじもうと努力している矢先，このような短期での方針転換は現場に混乱を生むだけである。また数学の学力低下が現実に起きているとしても，その要因を短絡的に指導内容の３０％削減のみにみようとするのではなく，質の高い授業改善によって回復の可能性があるのかどうかを最優先に考えるべきであろう。

数学学力診断プロジェクトの行った数学学力診断調査の目的は先程述べたように，生徒がどんな数学の学力をどの程度持っているか，その実態を調査することだけに終わらず，その結果を平素の数学の授業実践にフィードバックすることに主眼をおいている。例えば，「事象の中の数量にどんな関係があるのかを見出し，式に表そうとする」といった「関心・意欲」が低いという実態が明らかになれば，生徒のそれらの関心・意欲を高めるために，より適した教材を準備し，展開にさらなる工夫を加えていく授業改善が必要であろう。

教師の行う授業実践の質のよって，生徒の身に付く数学の学力が左右されるのは当然である。こうした授業改善を図るためのデーターベースが数学学力診断調査であり，この報告書はその結果に基づいて実践した授業事例を多数掲載している。再度個々にこの数学学力診断調査結果を分析され，掲載した授業事例を，各自の指導法に合った，よりよき授業改善に役立てていただければ幸いである。

（洲脇史朗）

第１章　中学校「数量関係」に関する学力診断調査の基本的な考え

第1章　中学校「数量関係」に関する学力診断調査の基本的な考え

1　「数量関係」に関する学力と基礎・基本

1)「数量関係」に関する学力とは

①学力を捉える一般的な問題点

「数量関係」の学力診断に関する一般的な問題点

中学校「数学」の「数量関係」における「学力」をどのように捉えるのが適切かを考える。

一般に、中学校「数量関係」に関する「学力」は、ややもすれば、比例や反比例の意味、一次関数の意味、二次関数の意味等に関する「知識・理解」ととらえたり、比例や一次関数の関係を式やグラフに表すなどの「表現・処理」と捉えたりする傾向がある。

確かに、第1学年の比例の指導事項に関して言えば、比例の意味を理解すること、比例のグラフに表すことは、数量関係の重要な学力の一領域・分野である。しかも、こうした比例の意味といった「知識・理解」や「グラフに表す」といった「表現・処理」は、生徒がこうした学力を身に付けたかどうかをペーパーテストによって評価し易い面がある。

しかしながら、評価し易いからと言って、「知識・理解」や「表現・処理」だけに目を奪われて第1学年の比例の学力を身に付けたかどうかを診断評価するのは適切ではない。

身の回りから比例の関係にある2つの数量を見いだそうとする「関心・意欲・態度」、及び、ともなって変わる2つの数量の変化の規則性、対応の規則性を表に表して考察する「数学的な見方や考え方」等も、比例に関する大切な学力である。

「生きる力」の育成に立つ学力観

変化の激しい21世紀を見据えて、中央教育審議会の答申ではゆとりの中で、「生きる力」の育成が学校教育の最大の課題として示された。

この方向性を受けて、新学習指導要領では、「自ら学び、自ら考える力」を中核とするゆとりの中で「生きる力」の育成を目指した確かな学力の維持、向上を図ろうとしている。

「自ら学び、自ら考える力」を基軸とする中学校「数学」教育の新しい方向性が示されたのである。このことからしても、中学校「数学」の「数量関係」の学力が、知識量の多さや表現・処理できるかどうかの技能だけで学力診断されるものではないことは自明である。

②「数量関係」を取り扱う教育的価値

社会の変化への主体的な対応と「数量関係」

今日の多様化、複雑化する社会の変化の激しい時代にあって、社会の変化に生徒自らが主体的に対応する力の育成が叫ばれている。

これを指導すれば、「社会の変化に主体的に対応する力」を生徒に育成できる教科や教材が皆目見当が付かない中にあって、中学校「数学」の「数量関係」は、このような力を伸ばす最適教材と考えられる。それは、下記のように考えることができるからである。

関数的な見方・考え方のよさ

多様化、複雑化する社会において、一見何ら関係がないように見受けられる事象や物事が実に多い。ところが、事象と事象を関係を付けてみると、それまで個々別々のものが統合的にまとめられることに気付く。すると、それまで多様で複雑化していた事象や物事が一変して簡潔、明瞭に捉えられることがある。

「数量関係」の教材には、このように、事象と事象或いは物事を関連付けたり、関係付けたりして考察し、統合的に処理する力を育成するよさがある。

したがって、「数量関係」の指導の本質は、２つの数量がどんな依存関係にあるのかに着目したり、変化や対応の見方からどんな規則性や関係があるのかを考察したりすることにある。つまり、事象と事象を関係づけ、その関係を対応付けして考察したり、変化させて考察したりする関数的な見方や考え方の力を確実に伸ばすことが数量関係で育成すべき基礎的・基本的な学力である。こうした力の育成こそが、「社会の変化に主体的に対応する力の基礎」を育成することに結びつくと思われる。

実際の「数量関係」の指導に当たっては、その教材の本質を見抜き、その教材を通して生徒にどんな関数的な見方や考え方を具体的に身に付けさせるべきかを明確に把握して指導することが大切であると思う。

③学習指導要領の目指す「学力」

教育課程審議会の答申に示された「学力と評価」

新しい学力観に関しては、教育課程審議会（２０００）答申「児童生徒の学習と教育課程の実施状況の評価の在り方」に、次のように示されてある。

第１章　　第２節　これからの評価の基本的な考え方

１　学力と評価

（２）新しい学習指導要領は、完全学校週５日制の下、教育内容を厳選し、ゆとりの中で学習指導要領に示す基礎・基本を確実に身に付け、「生きる力」すなわち①自分で課題を見つけ、自ら学び、自ら考え、主体的に判断し、

行動し、よりよく問題解決する資質や能力、②自らを律しつつ、他人と協調し、他人を思いやる心や感動する心などの豊かな人間性、③たくましく生きるための健康と体力を育成することを基本的なねらいとしている。自ら学び自ら考える力などの生きる力を育成する上で、基礎・基本の確実な定着は、欠くことのできない要素である。ここでいう基礎・基本には、知識や技能だけでなく、自ら学ぶ意欲や思考力、判断力、表現力なども含まれる。

(アンダーラインは、筆者)

IEA の調査結果（１９９９）によれば、中学生の数学の学力は３７参加国中第５位にあり、国際的に見てトップレベルにある。しかしながら、数学に関する関心・意欲は最低レベルにある。

こうした学力の実態を踏まえて、一斉、画一的に知識を教え込む知識偏重の中学校「数学」の学力観を転換し、知識・技能だけでなく、自ら学ぶ意欲や思考力、判断力、表現力まで含めて学力を捉える必要がある。今求められているのは、こうした中学校「数学」の学力観への転換であり、「自ら学び、自ら考える力」といった学力の質の向上である。したがって、中学校「数学」の数量関係においても、こうした観点から学力を捉えることが大切である。

2）４観点を基本とする中学校「数学」の学力観

指導要録では、学力をとらえる視点として、観点別学習状況の評価の観点として 4 観点を示し、この観点から学力を捉えることを基本としている。

そこで、私たちは、中学校「数学」の「数量関係」の学力をとらえる上で、下記の 4 つの観点別学習状況の観点を基本とすることにした。

- 「関心・意欲・態度」
- 「数学的な見方や考え方」
- 「表現・処理」
- 「知識・理解」

例えば、第１学年の「比例・反比例」の指導事項に関する「学力」を４観点から分析すると、次のようになる。

①関心・意欲・態度

- 身の回りから比例・反比例の関係にあるものに興味・関心を持ち、比例関係を活用しようとする。

②数学的な見方や考え方

- ２つの数量について関係付けてその依存関係に着目し、対応や変化の様子を表、式、グラフを活用して考察する。

③表現・処理

・比例・反比例の関係を表、式、グラフに表し、それらを活用して数理的に処理することができる。

④知識・理解

・比例・反比例の特徴に気付き、その意味を説明することができる。

2 「数量関係」に関する学力診断調査問題

1）基本的な考え

①学力診断調査問題の内容

私たちは「数量関係」に関する学力診断調査問題を作成するするに当たって、次の基本的な考えに立つことにした。

最低基準の問題にする

①学習指導要領は最低基準であるという方向性を受けて「数量関係」の学力診断調査問題を作成する。

②学習指導要領に準拠した中学校「数学」の教科書に基づいて「数量関係」の学力診断調査問題を作成する。

4観点にわたる学力調査問題にする

③「基礎・基本には、知識や技能だけでなく、自ら学ぶ意欲や思考力、判断力、表現力なども含まれる」という教育課程審議会の答申（２０００）の方向性を受けて、「知識・技能」だけでなく、４観点から「数量関係」の学力診断調査問題を作成する。

上記の３つの基本的な考えを基礎にして、４観点から教科書レベルの難易度（最低基準）で中学校「数学」の「数量関係」の学力診断調査問題にすることにした。

②学力診断調査問題とアカンタビリティー

絶対的評価重視

学習指導要領を最低基準とする方針が文部科学省から出された。これを受けて、教育課程審議会答申（2000）で、絶対評価重視の方向性が公表された。集団内評価である相対的評価よりも、個人内評価としての絶対評価に重点を置くものである。これを表層的に捉えるのは適切ではない。絶対的評価重視の意図を読み取ることが重要である。

絶対的評価では、目標準拠の評価が原理・原則である。

例えば、第１学年の「比例」の例で述べる。「比例」の意味を理解することを指導目標にする場合、絶対的評価では、「比例の意味を説明することができる」という評価規準を達成したか否かが問われる。学習指導要領に示されたＣ　数量関係（１）ア「比例、

反比例の意味を意味を理解すること」に関して達成不十分であれば、アカンタビリティーの観点から言えば、なぜ、達成不十分な状況になったのか責任説明したり、補充学習を行い、結果責任の方策を構築する責務があるようになってきたのである。

2）学力調査問題の工夫

中学校「数学」の「数量関係」に関する学力診断調査問題の作成には大きな課題がある。それは、実際に 4 つの観点から観点別に学力診断調査問題を作成しようとしても、認知面と違って、「関心・意欲・態度」などの情意面の問題は、問題作成しにくい点である。授業中の生徒の学習活動を通して形成的に評価するならまだしも、ペーパーテストによって「関心・意欲・態度」や「数学的な見方や考え方」に関して学力診断することは至極難しい。

しかし、ペーパーテストの工夫をすれば、情意面もある程度学力診断することが可能と考えることにした。

ア「関心・意欲・態度」の評価問題の工夫

ペーパテストによって、中学校「数学」の「数量関係」に関する「関心・意欲・態度」に関して学力診断調査するためには、Open-end の問題によって評価することにした。

例えば、第 1 学年の「比例」への興味・関心・意欲に関しては、生徒が身の回りので事象の中から、比例関係にある事象を見つけれ、その事象を列挙する自由記述問題にした。そして、身の回りの比例関係にある事象の列挙の数により、比例関係への「関心・意欲・態度」の学力診断を見取ることにした。

イ　「数学的な見方や考え方」の評価問題の工夫

例えば、第 1 学年で、比例関係にある事象示し、これを式に表す問題は、結果的に数量の関係を式に表現できたかどうかが問われる。しかしながら、これでは、評価の観点は「表現・処理」に関する学力診断評価となろう。

そこで、「数学的な見方や考え方」に関する学力診断は、比例関係にある事象を式に表す場合、どのように数量関係を捉えて比例関係にあると考えたのか、2 つの数量の関係にはどんな依存関係があると着目したのか等、その過程を記述させるようにすることで、「数学的な見方や考え方」を診断的評価することができると考えた。

3）学力調査問題の実施時期と対象

中学校「数学」の学力診断調査問題の学力の実態を調べる時期の最適化を図る必要がある。学習指導要領は最低基準であり、未習の指導事項が学力診断調査問題に入っていては、客観的で信頼

性のあるものにはならない。

そこで、各学年とも、学年末であれば学習指導要領に示された全指導事項は指導済みであると考え、学年末の３月が実施期間としては最適だと考えた。

学習指導要領に示された指導事項が完全習得されているという原則に立てば、次の２つの方策が考えられる。

①学年末実施

②学年当初実施

私たちは、中学校「数学」は指導の系統性を重視した授業改善を目指しているので、特定の学年のサンプリング調査により「数量関係」の学力診断調査を終わらせるのはよくないと考えた。②の場合は、中学３年生に中学２年の「数量関係」の学力診断調査を実施する考えであり、これでは中学３年生の「数量関係」の学力診断調査ができないので、①の学年末実施とした。

対象者は、岡山県内の協力中学校を無作為に抽出し、趣旨に賛同していただいた中学校で実施した。特定の地域に偏重することなく、無作為に岡山県内の幅広い市町村の公立中学校で実施することができた。

（黒﨑東洋郎）

＜参考資料＞

１）文部科学省、教育課程審議会答申、「児童生徒の学習と教育課程の実施状況の評価の在り方」、２０００）

２）佐藤学、「学力を問い直す一学びのカリキュラムへ」、岩波新書、２００１.

３）苅谷剛彦、左巻健男、「理科・数学教育の危機と再生」、岩波新書、２００１.

４）黒﨑東洋郎・髙橋敏雄、「学生の『数学を学ぶ価値観』と『数学を学ぶ態度』に関する調査研究」、岡山大学算数・数学教育学会、「パピルス」、第５号、１９９８.

５）黒﨑東洋郎・髙橋敏雄、「数学学習への興味・関心・態度に関する学生の資質」岡山大学教育学部研究集録、第１０８号、１９９８.

６）黒﨑東洋郎・髙橋敏雄、洲脇史朗、川上公一、秋山真他、「中学校数学学力診断調査問題の検討と考察」岡山大学算数・数学教育学会、「パピルス」、第６号、１９９９.

７）文部省、中学校学習指導要領（平成１０年１２月）解説一数学編一、平成１１年９月.

８）東京大学大学院教育学研究科附属学校臨床総合教育研究センター、「学力低下の実態と改善方策」pp ３－１９、２００３.

第２章　中学校「数量関係」に関する学力診断調査の結果

１　結果と傾向

１）　第１学年の結果と傾向

２）　第２学年の結果と傾向

３）　第３学年の結果と傾向

数学科調査問題（数量関係）　第１学年

＿＿組　＿＿番

[1]　yがxに比例し，$x=2$のとき$y=5$となっています。次の問いに答えなさい。

(1)　yをxの式で表しなさい。

62.5%

(2)　比例定数はいくらですか。

64.0%

[2]　xとyの対応が次の表のようになっています。次の問いに答えなさい。

x	……	−3	−2	−1	0	1	2	……
y	……	4	6	12	×	−12		……

(1)　xとyのあいだにはどんな関係がありますか。

78.5%

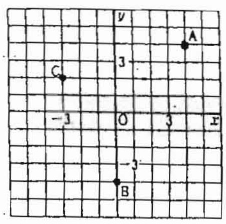
(2)　$x=2$に対応するyの値を求めなさい。

86.4%

(3)　yをxの式で表しなさい。

55.8%

[3]　次の図について次の問いに答えなさい。



(1)　点Cの座標を求めなさい。

92.3%

(2)　点Aとy軸について線対称な点の座標を求めなさい。

77.9%

(3)　点Bと原点について点対称な点の座標を求めなさい。

80.4%

(4)　次の点を上の図に示しなさい。

D(2，5)　　E(0，−5)　　F(−3，5)

92.3%　　80.9%　　87.2%

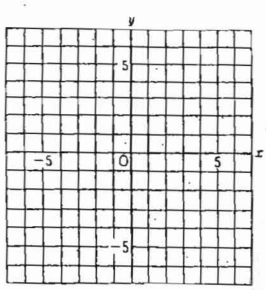
[4]　次の関数のグラフをかきなさい。

(1)　$y=-3x$

60.2%

(2)　$y=\frac{6}{x}$

66.2%



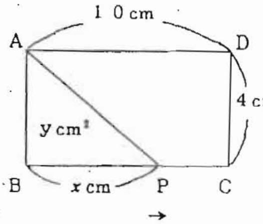
[5]　毎分3ℓずつ水を入れると，80分でいっぱいになる水そうがある。毎分xℓずつ水を入れるとき，いっぱいになるまでy分かかるとして，yをxの式で表しなさい。

考え方

48.9%

式　53.2%

[6]　次の図の長方形ABCDは，縦が4cm横が10cmです。点PはBから出発して，辺BC上をCまで進むものとし，Bから$x$cm進んだときの△ABPの面積を$y$cm²とします。次の問いに答えなさい。



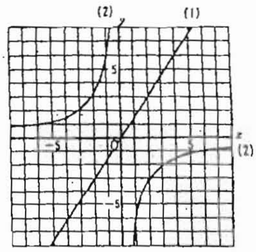
(1)　yをxの式で表しなさい。

60.8%

(2)　変数xの変域を示しなさい。

50.8%

[7]　次のグラフは，正比例と反比例のグラフです。yをxの式で表しなさい。



(1)　59.4%

(2)　51.1%

[8]　下の絵を見て比例関係にある問題を作りなさい。また，その関係を式で表しなさい。

問題

38.7%

式　56.4%

2　傾向

（1）達成率が高い内容

「反比例の関係，対応する値」

（問題②（1）（2））

表の数量からともなって変わるx、yの間に反比例の関係があることを読みとることについては，達成率78%であり，理解できているといえる。また，xの値に対応するyの値を求めることは，表から積が一定であることが容易につかめるため，十分理解できており，かなり高い達成率となったといえる。

「座標の意味の理解」

（問題③（1）（4））

点の座標を読みとることは，正負の符号の間違いも思ったほどではなく，達成率92.3%とかなり理解できている。座標を図に示す問題（4）Eについては，x座標が0で，y軸上になるものが80.9%と比較的低かったが，全体的にはよくできていたと考えていいだろう。

（2）達成率が気がかりな内容

「反比例の式を求めること」

（問題②（3））

表から，反比例の関係が見つけられ、xとyの対応についても求められているのに，式に表せていないものも少なくない。比例定数が負であることも影響してはいるが，式に表す問題の達成率55.8%はやはり低いと言わざるをえない。

「反比例についての知識，式に表すこと」

（問題⑤）

立式については，達成率53.2%である。考え方については，達成率48.9%と低い。また，無答についても35.3%ある。やはり，記述の問題には抵抗があるようだ。

「グラフから比例・反比例の式を求めること」（問題⑦）

比例のグラフは，比例定数が分数になっていること，反比例のグラフは比例定数が負になっている分，達成率が低くなったところもあると考えられる。しかし，反比例のほうについて，比例定数の符号を間違えているものが20%以上もいたのは，気がかりな点である。

「比例関係の問題作成」

（問題⑧）

絵を見て，比例関係を見いだし，それを問題にするというのは，慣れていないということもあるだろう。達成率38.7%というのもさることながら，無答が39.8%あることも気がかりである。

数学科調査問題（数量関係）　第２学年

＿＿組　＿＿番

1　yがxの１次関数で次の表のような値をとっている。このとき，表の空らんにあてはまる数を求めなさい。

x	-4	-2	0	2	4	6
y	① 64.3 %	-7	② 67.7 %	-1	2	5

2　１次関数　$y=3x+4$についてグラフの傾きと切片をいいなさい。

傾き　76.3 %	切片　91.5 %

3　次の各点は，１次関数$y=2x+3$のグラフ上の点である。□にあてはまる数を答えなさい。

A（ -5，74.1% ）　B（ 69.5% ，１７ ）

4　次の１次関数について，xの増加量が４であるときのyの増加量を求めなさい。

(1)　$y=\frac{1}{2}x-1$

39.1 %

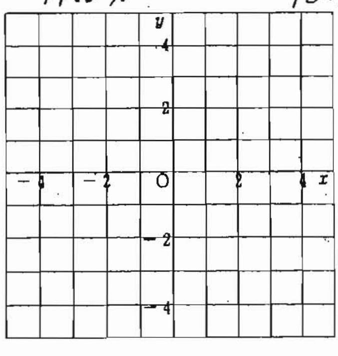
(2)　$y=-3x+5$

32.7 %

5　次の一次関数のグラフをかきなさい。

(1)　$y=2x-1$　　(2)　$y=-2x+3$

74.6 %　　73.1 %



6　次の条件をみたす一次関数の式を求めなさい。

(1)　$x=5$ のとき，$y=3$ で，xが５増加するとyは２増加する。

41.4 %

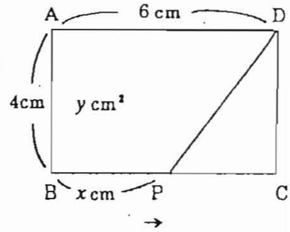
(2)　グラフが２点（２，３），（-5，-11）を通る。

51.1 %

(3)　グラフが点（１，-2）を通り，直線$y=-3x$に平行である。

48.9 %

7　右の図の長方形ＡＢＣＤは，縦が４cm，横が６cm です。点ＰはＢから出発して，辺ＢＣ上をＣまで進むものとします。Ｂから$x$cm 進んだときの多角形ＡＢＰＤの面積を$y$cm²とします。次の問いに答えなさい。



(1)　yをxの式で表しなさい。

57.3 %

(2) (1)で求めた式で，xに比例する部分と，定数の部分は，それぞれ上の図のどんな量を表していますか。

xに比例する部分　14.1%

定数の部分　20.9%

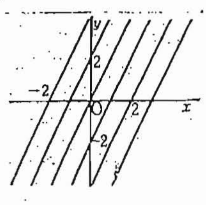
(3) 変数x，変数yのそれぞれの変域を示しなさい。

xの変域　52.8 %

yの変域　45.5 %

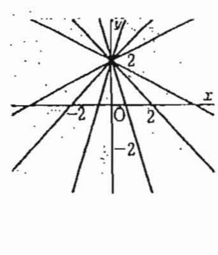
8　次のグラフは，関数$y=ax+b$のグラフです。(1)，(2)について，気がついたことを書きましょう。

(1)



(1)　81.2 %

(2)



(2)　72.0 %

2 傾向

（１）達成率が高い内容

「１次関数のグラフについての知識」（問題[2]）

１次関数の式からそのグラフの傾きと切片をとらえることについては達成率は 91.5 ％であり，十分理解されているといえる。傾きは正解が 76.3 ％だが，つまずき反応の中で３ｘが 15.2 ％であり，答え方としては正しくないが傾きはとらえられているといえよう。

「１次関数のグラフの特徴」（問題[8](1)(2)）

[8](1)については，達成率は 81.2 ％であり，『傾き』や『平行』ということばを使ってその様子をきちんと表現してあった。[8](2)は切片が同じという言い方ができない者もいて，72.0 ％にとどまっている。

「１次関数の式をグラフに表すこと」（問題[5](1)(2)）

(1)(2)ともに，70 ％を越えている。グラフをかくことはおおむねできているということがいえよう。

（２）達成率が気がかりな内容

「変化の割合」（問題[4]（１）（２））

変化の割合の知識・理解とその使い方について確かめている。達成率はそれぞれ 39.1%と 32.7%であり，とても十分とはいえない。１次関数では，変化の割合はとらえにくいことの一つであるが，$y=ax^2$ の学習まで待たずに理解させておきたい。

「１次関数の式を求めること」（問題[6]（１）（２）（３））

(1)の達成率は 41.4%，(2)は 51.1% (3)は 48.9%である。条件を読みとり，式を作ることができているとはいえない状況である。グラフの概形をかいてみることやことばの意味をきちんと理解させておくことが必要だと思われる。

「１次関数の意味」（問題[1]①②）

①の達成率は 64.3%，②は 67.7%である。[1]としては達成率が低い。変化の割合などを求めるときには表を使うこともあると思うが，比較的表を使うことが少ないせいであろうか。しかし，表とグラフと式とことばによる表現はすべて大切である。（秋山　真）

数学科調査問題（数量関係）　第３学年

＿組　＿番

1　次の場合，x，yの関係を式に表しなさい。

(1)　yはxの２乗に比例し，$x=-3$のとき$y=72$である。

78.6 %

(2)　関数$y=ax^2$で，$x=2$のとき$y=-8$である。

78.4 %

2　関数$y=2x^2$について，xの値が３から５まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

考え方

67.6%

変化の割合　73.5 %

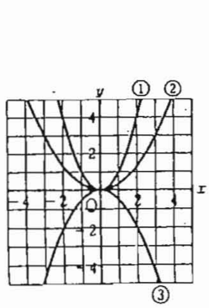
3　高いところから物を自然に落とすとき，x秒後までに落ちる距離をymとすると，$y=5x^2$いう関係があります。この運動について２秒後から４秒後までの間の平均の速さを求めなさい。

48.9%

4　下の図は，３つの関数

$y=\frac{1}{3}x^2$,　　$y=x^2$,　　$y=-\frac{1}{2}x^2$

のグラフを同じ座標軸を使ってかいたものです。①，②，③は，それぞれどの関数のグラフになっていますか。

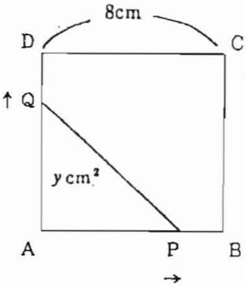


①　87.7%

②　88.0%

③　91.6%

5　右の図の正方形ＡＢＣＤは１辺が8cmです。点Ｐは毎秒２cmの速さで，ＡからＢまで動き，点Ｑは毎秒２cmの速さで，ＡからＤまで動きます。２点Ｐ，Ｑが同時にＡを出発してからx秒後の△ＡＰＱの面積を$y$cm²とします。

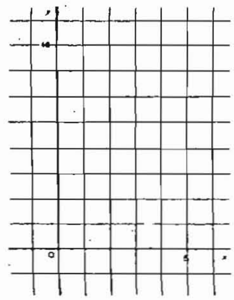


次の問いに答えなさい。

(1)　x，yの関係を式に表しなさい。

64.4 %

(2)　x，yの変域を求めなさい。



xの変域　62.2 %

yの変域　61.9 %

(3)　そのグラフをかきなさい。

56.0 %

6　１つのさいころを投げるとき，５以上の目が出る確率を求めなさい。

86.0 %

7　袋の中に，赤玉４個，白玉２個，青玉３個が入っています。この袋から玉を１個取り出すとき，次の確率を求めなさい。

(1) 赤玉が出る確率

90.4 %

(2) 赤玉または白玉が出る確率

89.0 %

8　１から４まで数字をかいたカードが１枚ずつあります。このカードをよくきって，１枚ずつ２回続けて取り出し，取り出した順に左から右へ並べて２けたの数を作ります。次の確率を求めなさい。

1　2　3　4

(1) その整数が奇数となる確率

81.1 %

(2) その整数が３の倍数となる確率

70.0 %

２　傾向

（１）達成率が高い内容

「条件から関数ｙ＝ａx^2の式を求めること」　　（問題$\boxed{1}$）

ｘとｙの値，グラフで通る点などの様々な条件をｙ＝ａx^2にあてはめ，ａの値を求める問題で，正答率は７９％，７５％と高く，十分理解されているといえる。

「関数ｙ＝ａx^2のグラフを見分けること」　　（問題$\boxed{4}$）

グラフと式の関係をとらえる問題である。グラフは放物線になり，式のｙ＝ａx^2のａの正負，大小などのａの値によってグラフがどうなるかの特徴を問う問題である。授業で，必ずグラフをかく練習があり，特徴のあるグラフでもあり，実際に自分がかいているので記憶にも深くあり，正答率も８８，９２％と高い。

「確率を求めること」

（問題$\boxed{6}$，$\boxed{7}$，$\boxed{8}$）

さいころ，カード，玉を操作することによる確率の問題である。練習問題にも多い問題で，場合の数を数え間違えたり，言葉の意味が取れなかったりしなければ，ほぼ正答である。正答率は８０～９０％と高い。

（２）達成率の気がかりな内容

「自然現象と数学の変化の割合を結びつけること」　　（問題$\boxed{3}$）

平均の速さという言葉は小学校や理科で学習する。その内容は，中学校で学習する変化の割合と同じである。しかし，同じであることは，自ら興味・関心をもって取り組んで同じであることを発見したりしていないと，忘れ去られてしまう内容になってしまいがちである。正答率は４９％と低く，数学の学習が数学の時間の数学の問いの中だけのものではないことを伝える授業の工夫が必要である

「動点による面積変化を関数としてとらえること」　　（問題$\boxed{5}$）

動点の問題を見ると，見ただけで敬遠してしまう生徒も多い。

ｘの２乗が入ることによって問題にも広がりができ，生徒にとってはわかりにくい問題の１つになっている。正答率も５６～６４％と低い。最近ではコンピュータを使った授業で，このような動点の入った問題を一定の条件のもとに動きを表示し，授業に生かせることが容易になってきた。このような授業をどんどん取り入れていく必要がある。　　　（平野　圭一）

第２章　中学校「数量関係」に関する学力診断調査の結果

2　つまずきとその分析

1）　第１学年のつまずきとその分析
2）　第２学年のつまずきとその分析
3）　第３学年のつまずきとその分析

第１学年　つまずきとその分析

調査　平成１３年２月

調査対象生徒　５３０人

担当者　木村善生

調査項目１　　ｙ＝ａｘの式を求める問題

(1) 数学の学力

【表現・処理】　○条件をもとに，それを関数ｙ＝ａｘの式に表すことができる。

【知識・理解】　○関数ｙ＝ａｘの式や比例定数の意味を理解している。

(2) 問題

$\boxed{1}$ 次の場合，ｙがｘに比例し，ｘ＝２のときｙ＝５となっています。次の問いに答えなさい。

(1) ｙをｘの式で表しなさい。

(2) 比例定数はいくらですか。

(3) 生徒の反応

問題		期待する反応	主なつまずき反応
1	(1)	$y=\frac{5}{2}x$ → ６２％	ｙ＝１０ｘ $y=\frac{2}{5}x$ など
	(2)	$\frac{5}{2}$ → ６４％	１０，$\frac{2}{5}$ など

(4) 反応から見た学力診断

・ｙ＝ａｘの式を求めること

ｘとｙの値をｙ＝ａｘにあてはめ，比例定数ａの値を求める問題である。小学校での既習内容である比例を負の数まで拡張し，文字を使って式に表していく。１次関数や関数$y=ax^2$の式を求める学習にもつながっていく内容である。比例の式の意味を理解しておくことが必要である。

・つまずき反応

無答は少ないが，正答率はやや低いと考えられる。誤答の中には，ａの値を求めるのに，ｘの値とｙの値をかけたものや，定数の分母・分子を逆にしたものなどが多くみられた。反比例との区別があいまいになっているものもあった。ｙ＝ａｘとして数値を代入したり，答えるときにｘがなかったり，ａになっているものも見られた。

・つまずきの原因

比例の式の意味や式を求める方法などがまだ十分理解できていないことが考えられる。意味が十分理解できていない状態で解法のみを理解しているためであることが原因と考えられる。また，比例定数が分数であったことがよりつまずきを多くさせていると考えられる。

調査項目２　　表から反比例の関係をよみとり，式にあらわす問題

(1) 数学の学力

【見方・考え方】○２つの数量の変化や対応から反比例の関係を見出すことができる。
【知識・理解】　○反比例の関係から対応する値を求めることができる。
【表現・処理】　○反比例の表から式を求めることができる。

(2) 問題

2　ｘとｙの対応が次の表のようになっています。次の問いに答えなさい。

x	……	−３	−２	−１	０	１	２	……
y	……	４	６	１２	×	−１２		……

(1)　ｘとｙのあいだにはどんな関係がありますか。
(2)　ｘ＝２に対応するｙの値を求めなさい。
(3)　ｙをｘの式で表しなさい。

(3) 生徒の反応

問題		期待する反応	主なつまずき反応
2	(1)	反比例　→７８％	比例　　など
	(2)	−６　　→８６％	６　　など
	(3)	$y=-\frac{12}{x}$ →　５６％	$y=\frac{12}{x}$，ｙ＝−１２ｘ，ｙ＝１２ｘ　など

(4) 反応から見た学力診断

・表から反比例の関係をよみとり，式にあらわすこと

２つの数量の変化や対応から反比例の関係を見出し，対応する値や反比例の式を求める問題である。表から反比例であることがわかるということは反比例の特徴の，積が一定であることなどが理解できているということである。反比例であることは多くの生徒がよみとれている。しかしながら，立式では正答率が下がっている。

・つまずき反応

式にあらわす段階でやはり，定数の符号が間違ったり，比例の式になっていたりしている。また，式の分母・分子が逆になっている例もみられる。

・つまずきの原因

項目１とも共通するが，式の意味や式を求める方法などがまだ十分理解できていないことが考えられる。反比例の式の意味をきちんと理解させて，求め方を学習していく必要があると考えられる。

調査項目３　　点を座標で表し，また，座標で表された点を平面上に示す問題

(1) 数学の学力

【知識・理解】　○座標や座標に関する用語の意味を理解する。

【表現・処理】　○点を座標で表したり，座標で表された点を平面上の点で表したりすることができる。

(2) 問題

③　次の図について次の問いに答えなさい。

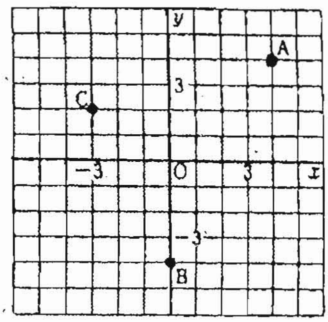
(1)　点Ｃの座標を求めなさい。

(2)　点Ａとｙ軸について線対称な点の座標を求めなさい。

(3)　点Ｂと原点について点対称な点の座標を求めなさい。

(4)　次の点を上の図に示しなさい。

Ｄ(２，５)　Ｅ(０，—５)　Ｆ(—３，５)



(3) 生徒の反応

問題		期待する反応	主なつまずき反応
３	(１)	(−３，２)　→９２％	(２，−３)，(３，２) など
	(２)	(−４，４)　→７８％	(−４，−４)，(４，−４) など
	(３)	(　０，４)　→８０％	(４，０)，(０，３)　など
	(４)	Ｄ　略　→９２％	(２，６)，(５，２) の位置 など
		Ｅ　略　→８１％	(−５，０) の位置　など
		Ｆ　略　→８７％	(−３，−５)，(５，−３) の位置　など

(4) 反応から見た学力診断

・点を座標で表すこと，座標で表された点を平面上に示すこと	ｘ座標，ｙ座標という順序のある２つの数の対を１つのものとみる座標の意味ははじめての生徒には予想以上に難しいものであり，関数のグラフを理解するためにも，点の位置と座標の表し方を正確におさえておくことが大切である。
・つまずき反応	正答率は全体的に高いが，やはり，ｘ座標，ｙ座標が逆になったり，＋，−の符号が間違ったりする誤答が見られる。
・つまずきの原因	線対称や点対称についての理解が不十分なところもあるだろうが，位置と座標の関係をきちんとおさえきれていないと考えられる。

調査項目４　　比例，反比例のグラフをかく問題

(1) 数学の学力

【表現・処理】　○比例ｙ＝ａｘ，反比例ｙ＝$\frac{a}{x}$のグラフをかくことができる。

【知識・理解】　○比例ｙ＝ａｘ，反比例ｙ＝$\frac{a}{x}$のグラフの特徴を理解している。

(2) 問題

$\boxed{4}$ 次の関数のグラフをかきなさい。

（１）ｙ＝−３ｘ

（２）ｙ＝$\frac{6}{x}$

(3) 生徒の反応

問　題		期待する反応	主なつまずき反応
４	（１）	略　→　６０％	無答（15%），ｙ＝3ｘのグラフ，ｙ＝$\frac{1}{3}$ｘのグラフなど
	（２）	略　→　６６％	無答（17%），ｘ＞０の範囲でかく，ｙ＝−$\frac{6}{x}$のグラフなど

(4) 反応から見た学力診断

・比例，反比例のグラフをかくこと
　比例反比例の式からグラフをかく問題である。変域を負の数まで拡張し，比例が原点を通る直線，反比例が双曲線であることを理解した上で，それぞれのグラフが正確に書くことができるかを問う。

・つまずき反応
　正解できなかったもののうち，無答の割合が高い。ｙ＝−３ｘの誤答の多くは，原点を通る直線であることがわかっているが，比例定数を正確にグラフに表せないものである。反比例については，比例と区別がついていないものもあった。

・つまずきの原因
　無答が多いのは，グラフのかき方の理解が不十分であるというより，関数の意味や式で表させる変数の対応をグラフに表すことが十分にイメージできず，何をしていいかわからないという面があると考えられる。座標や関数，グラフの意味などをおさえなければならない。

調査項目５　水槽の場面の数量から反比例になることを見出し，式に表す問題

(1) 数学の学力

【興味・関心】　○事象の中の数量にどんな関係があるかを見出し，式に表そうとする。

【見方・考え方】　○問題場面の数量を既習の学習内容にてらして，反比例の関係を見出す。

【表現・処理】　○問題場面の数量を反比例の式に表すことができる。

(2) 問題

$\boxed{5}$ 毎分 3ℓ ずつ水を入れると，80 分でいっぱいになる水そうがある。毎分 x ℓ ずつ水を入れるとき，いっぱいになるまで y 分かかるとして，y を x の式で表しなさい。

考え方

式

(3) 生徒の反応

問題		期待する反応	主なつまずき反応
5	考え方	毎分 x ℓ ずつ水を入れ，y 分でいっぱいになるので y は x に反比例する。　→４９％ 毎分 3ℓ ずつ 80 分いれるから容器は 3 ×80＝240(ℓ)。	無答（35%）， ｙ＝ａｘ　８０＝３ａ $a=\frac{80}{3}$ など
	式	$y=\frac{240}{x}$　→５３％	$y=\frac{80}{3}x$，$y=240x$ ｙ＝３ｘ　など

(4) 反応から見た学力診断

・水槽の場面の数量から反比例にを見出し，式に表すこと	水槽に水を入れる問題で，１分間にはいる水の量と，いっぱいになるまでにかかる時間のあいだに，反比例の関係があることを見出し，それを説明し式に表す問題である。水槽の体積は示されているのでなく，式を求めるために，最初の例から計算で求める必要がある。
・つまずき反応	正解できなかったものの中では，無答が最も多く，３５％である。誤答のなかでは，数量関係を比例と考え，ｙ＝ａｘにあてはめ求めているものが多かった。そのときの比例定数については，「$\frac{80}{3}$，240，３」などであった。
・つまずきの原因	これまでの学習経験から，水槽に水を入れる問題では入れる時間と入る水の量の関係を扱うことが多く，比例関係を示すものが多い。問題の数量関係を正確に捉えることができないまま比例であろうと安易に判断し，またはよくわからないのできめつけて，比例の式として求めているのではないかと考えられる。このような問題を考える場合に」，題意をきちんとイメージ化できるような学習の工夫が必要である。

調査項目６　　動点による面積変化を関数としてとらえる問題

(1) 数学の学力

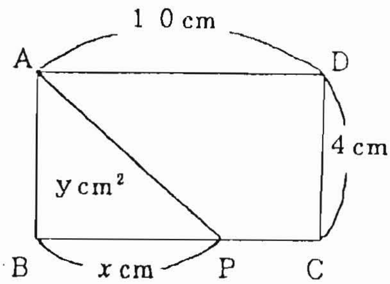
【興味・関心】　○動点による面積変化を，関数としてとらえようとする。

【見方・考え方】　○点が動くことで面積がどのように変化するか，関数関係としてとらえることができる。

【表現・処理】　○変化する２つの数量関係をｙ＝ａｘの式にあらわすことができる。

(2) 問題

6　右の図の長方形ＡＢＣＤは縦が４ｃｍ横が10ｃｍです。
点ＰはＢから出発して，辺ＢＣ上をＣまで進むものとし，Ｂからｘｃｍ進んだときの△ＡＢＰの面積をｙｃｍ²とします。
次の問いに答えなさい。
(1)ｙをｘの式で表しなさい。
(1) 変数ｘの変域を示しなさい。



(3) 生徒の反応

問題		期待する反応	主なつまずき反応
6	(1)	ｙ＝２ｘ　→　６１％	ｙ＝４ｘ　　など
	(2)	０≦ｘ≦１０　→５１％	無答（25％），１≦ｘ≦１０ ０≦ｘ≦２０　など

(4) 反応から見た学力診断

・動点による面積変化を関数としてとらえること

長方形の辺上を点が動き，直角三角形の底辺が変化することで面積も変化する。底辺の長さと面積の関係を式に表す問題である。動き，変化していくものとして三角形の底辺，面積を関数としてとらえるのは１年生にはかなり難しい。個々の生徒がどれだけイメージできるかが重要であろう。

・つまずき反応

（１）では，無答以外の誤答は，ｙ＝４ｘがおもなものである。

（２）の変域については１≦ｘ≦１０などが主なものだが，無答も比較的多い。

・つまずきの原因

変数を，三角形の面積を求める公式に，操作的にあてはめて求められるが，２でわっていないという単純なミスをしたものも多いようである。また，変域についてはその意味やあらわし方法が十分理解できていないことに原因があると考えられる。

調査項目７　　比例・反比例のグラフから式を求める問題

(1) 数学の学力

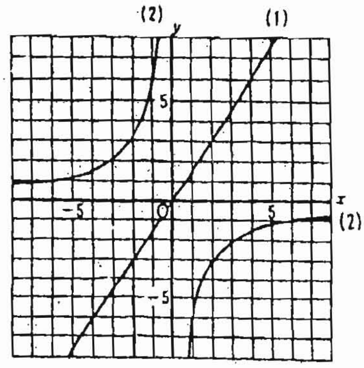
【表現・処理】　○比例・反比例のグラフを式に表すことができる。

【知識・理解】　○比例・反比例や比例定数の意味を理解している。

(2) 問題

7　次のグラフは，正比例と反比例のグラフです。

y を x の式で表しなさい。



(3) 生徒の反応

問　題		期待する反応	主なつまずき反応
7	(1)	$y=\frac{3}{2}x$ → ５９％	$y=3x$，$y=6x$，$y=\frac{2}{3}x$　など
	(2)	$y=-\frac{6}{x}$ → ５１％	$y=\frac{6}{x}$　など

(4) 反応から見た学力診断

・比例・反比例のグラフから式を求めること

比例，反比例のグラフから式を求める問題である。原点を通る直線は比例，双曲線は反比例であり，グラフから比例定数を読み取ることができるかを問う。(１)の比例は比例定数が分数になり，(２)の反比例は比例定数が負の整数となっていることも正答率に少なからず影響している。

・つまずき反応

誤答は，(１) の直線が比例を表し，式がｙ＝ａｘになることはわかっても比例定数が求められないものが大多数である。分母，分子が逆になっているものも多くあった。(２) の反比例の誤答は，ほとんどが６，すなわち比例定数の符号の正負が反対になったものである。

・つまずきの原因

関数やそのグラフの意味の理解が不十分で，グラフ上の座標を読み取って式に表していくことが正確にできないと考えられる。座標や関数，グラフの意味などを丁寧におさえたうえで，問題を扱っていけば正答率も上がるであろう。

調査項目８　絵に示された場面から比例関係にある数量を考え，式に表す問題

(1) 数学の学力

【興味・関心】　○比例の考え方を実生活のかかわりの中で見出そうとする。

【表現・処理】　○図から考えられる比例する２つの数量を式に表すことができる。

(2) 問題

8　下の絵を見て比例関係にある問題を作りなさい。
また，その関係を式で表しなさい。

(3) 生徒の反応

問　題		期待する反応	主なつまずき反応
8	(1)	略　→　３９％	無答（40%），反比例の関係でつくっている　など
	(2)	略　→　３６％	無答（42%），問題と式が異なる　など

(4) 反応から見た学力診断

・絵に示された場面から比例関係にある数量を考え，式に表すこと	ガソリンスタンドで車にガソリンを入れている絵を見て，比例関係にある２つの数量を思い浮かべ，それを比例の式に正しく表す。ガソリンスタンドというある意味での特別な状況の絵であり，「入れる時間」と「入るガソリンの量」など限定された数量が想起され比較的考えやすい問題のように思われる。 しかし，生徒にとっては当然車を運転したことはなく，大人が考えるよりもあまりなじみの薄い場面設定で，数量が思い浮かべられない，などの問題もあったようである。
・つまずき反応	誤答はおもに上記のとおりである。(１)(２)とも正答より，無答の方が多い。
・つまずきの原因	無答の分析は困難だが，問題を作るという活動になれていないため，なかなか手がつかず，何からやっていけばようかわからなかった。などが考えられる。このような問題に対して取り組む意欲がもてないなどが考えられる。 生きる力を育成するためには，問題づくりを積極的に取り組ませ，生徒の活動を受け入れていく教師の姿勢にかかっている。

第２学年　つまずきとその分析

調査　　平成１３年２月

調査対象生徒　５３２人

担当者　秋山　真

つまずき分析（2年　数量関係）

調査項目1　一次関数の意味（変化の様子）

（1）数学の学力

【表現・処理】　○xとyの値の変化の様子を表から読みとることができる。

【知識・理解】　○一次関数の特徴を理解している。

（2）問題

1　yがxの一次関数で次の表のような値をとっている。このとき，表の空らんにあてはまる数を求めなさい。

x	①−4	−2	0	2	4	6
y		−7	②	−1	2	5

（3）生徒の反応

問題		期待する反応	主なつまずき反応
1	①	−10・・・64.3％	無答(24.4%) −9 (2.6%)など
	②	−4・・・67.7％	無答(22.6%) 0 (8.1%)

（4）反応から見た学力診断

・一次関数の変化のしかた	一次関数で，あるxの値に対するyの値を表から求める問題である。 これで一次関数の変化の様子をきちんととらえているかがわかる。表からxの増加量が2のとき，yの増加量が3であるということを読みとることができることが大切である。
・つまずき反応	無答率が比較的高い。問題1なので正答率ももう少し高いと予想していたが，案外低かった。−9という答えはx＝−2のときy＝−7なのでyの値はxの値より5小さいとらえて−9としたと考えられる。
・つまずきの原因	表をよく見て変化の様子をとらえることは意外に盲点なのかもしれない。一次関数の式やグラフについては何度も学習しているが，表という一見小学生がするような表現を軽視しているともとらえられる。また，変化の割合は生徒はとらえにくく，指導者も教えにくいととらえ，軽く扱っている弊害が出ているのではないだろうか。あるいは比例の考えから，x＝0のときはy＝0としてしまったのかもしれない。

調査項目２　グラフについての知識

（１） 数学の学力

【知識・理解】　○ 一次関数のグラフの特徴を理解している。

（２） 問題

$\boxed{2}$ １次関数ｙ＝３ｘ＋４についてグラフの傾きと切片をいいなさい。	
傾き	切片

（３） 生徒の反応

問題		期待する反応	主なつまずき反応
2	傾き	3・・・76.3 %	3 x (15.2%) 無答 (3.2%)
	切片	4・・・91.5 %	無答 (3.4%)

（４） 反応から見た学力診断

・グラフについての知識	一次関数ｙ＝ａｘ＋ｂについて，グラフの切片がｂで傾きがａであることを知識として持ち，定着しているかどうかを確かめる問題である。グラフの傾きや切片は，式をグラフに表したり，グラフから式を求めたりするときにもっとも基本になる知識である。関数として式，表，グラフの３つの表現が相互に結びついた知識となっていることが大切である。
・つまずき反応	無答率は最も低く，正答率は高いと考えられる。誤答には，３ｘや４などグラフの傾きをいい加減にとらえている者やきちんと覚えていない者が見受けられた。
・つまずきの原因	授業の中で，一次関数を理解する上でも大切なことの一つとして指導しているので，定着しているといえる。しかし，傾きは確実に理解しているとはいいにくい。習いたてのときにはよく理解していると思うが，さらにきちんととらえさせる方法がとられるべきであると思う。

調査項目３　式を使ってグラフ上の点の座標を求める

（１）　数学の学力

【表現・処理】　　○　式を使ってグラフ上の点の座標を求めることができる。

（２）　問題

3　次の点は一次関数ｙ＝２ｘ＋３のグラフ上の点である。□にあてはまる数を答えなさい。 Ａ（－５，①　　）　　Ｂ（②　　，１７）

（３）　生徒の反応

問題		期待する反応	主なつまずき反応
3	①	－７・・・74.1％	無答(10.9%) －４(2.4%)
	②	７・・・69.5％	無答(11.5%) －７(3.6%)

（４）　反応から見た学力診断

・式を使ってグラフ上の点をもとめること	一次関数の式を使ってグラフ上の点の座標を求める問題である。式とグラフ上の点の座標との関連をよく理解して処理することができるかどうかについて確かめている。
・つまずき反応	無答率は比較的低い。誤答は①は－４，②は－７などだが，それらの解答率は低い。これらのつまずきは少数であった。
・つまずきの原因	①の誤答－４はｘ＝－５を式に代入するところをｙに代入してしまったのではないだろうか。よくやりがちなケアレスミスである。②の誤答の－７はｙ＝１７を代入した後の１次方程式を解いているときに符号のミスをしているものと思われる。生徒に基本的なことをきちんととらえさせ，答えを確実に求められるようにしたり，結果が正しく出ているかどうかを確かめたりするようにしておくことが大切である。

調査項目４　変化の割合

（１）数学の学力

【表現・処理】　○　変化の割合を使ってｘの増加量からｙの増加量を求めることができる。

【知識・理解】　○　変化の割合について理解している。

（２）問題

4　次の１次関数について，ｘの増加量が４であるときのｙの増加量を求めなさい。

(1)　$y = \frac{1}{2}x - 1$　　(2)　$y = -3x + 5$

（３）　生徒の反応

問題		期待する反応	主なつまずき反応
3	(1)	2・・・39.1％	1 (30.3%) 無答(10.9%) y＝1 (7.0%)
	(2)	－１２・・・32.7％	－7 (28.4%) 無答(10.9%) y＝－7 (9.2%)

（４）　反応から見た学力診断

・変化の割合　変化の割合は生徒にとってとらえにくいことのひとつである。このことについてきちんととらえられているかどうかを確かめる問題である。ことば自体とその中身について理解できていてうまく処理できるかということを診ている。

・つまずき反応　生徒は解答はしているが，変化の割合についてきちんととらえていないために誤答になっている。無答率も比較的低い。

・つまずきの原因　変化の割合について理解が不完全であると考えられる。(1)の１という解答は関係式のｘに４を代入して，ｙの値を求めたものである。また，(2)も同じように計算している。

調査項目５　一次関数のグラフ

（１） 数学の学力

【表現・処理】　　　○ 式からグラフをかくことができる。

（２） 問題

5 次の１次関数のグラフをかきなさい。 （１）　y＝ ２ｘ－１ （２）　y＝－２ｘ＋３

（３） 生徒の反応

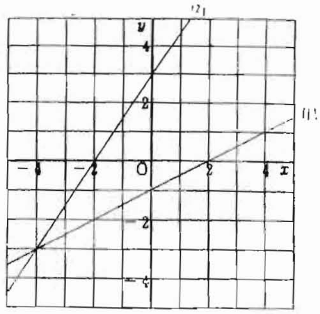
問題		期待する反応	主なつまずき反応
5	(1)	74.6 %	無答 (5.5%) $y = -\frac{1}{2}x$ のグラフ $y = \frac{1}{2}x - 1$ のグラフ
	(2)	73.1 %	無答 (6.6%) $y = -\frac{3}{2}x$ のグラフ $y = \frac{3}{2}x + 3$ のグラフ

（４） 反応から見た学力診断

・グラフのかき方

一次関数の式をグラフにすることができるかどうかを診る問題である。

誤答例→



・つまずき反応

無答率は低く，他のつまずき解答についても解答率は低い。

・つまずきの原因

グラフの傾きと切片を正確にとらえられていないことが考えられる。たとえば，（１）では切片が２で傾きが－１ととらえた者や傾き２をグラフで右へ２進み，上へ１上がるとらえた者などがいると考えられる。グラフをかく指導の徹底が求められる。

調査項目６　一次関数の式を求めること

（１）　数学の学力

【表現・処理】　　　○　条件を読みとり，一次関数の式を求めることができる。

（２）　問題

6 次の条件を満たす１次関数の式を求めなさい。
（１）　x＝５のとき，y＝３で，xが５増加するとyは２増加する。
（２）　グラフが２点（２，３），（－５，－１１）を通る。
（３）　グラフが点（１，－２）を通り，直線y＝－３xに平行である。

（３）　生徒の反応

問題		期待する反応	主なつまずき反応
6	(1)	$y=\frac{2}{5}x+1$ ・・41.4％	無答(26.7%) $y=\frac{2}{5}x+\square$ (3.8％) $y=5x+2$ (3.0%)
	(2)	$y=2x-1$ ・・・51.1％	無答(24.5%) $y=2x+\square$ (7.0%)
	(3)	$y=-3x+1$ ・・・48.9％	無答(48.1%) $y=-3x+\square$ (7.5%)

（４）　反応から見た学力診断

・一次関数の式を求めること

さまざまな表現からグラフの形を読みとり，式表現をすることができるかどうかを確かめる問題である。

・つまずき反応

（１）～（３）を通して無答率が高い。問題を見ただけであきらめて いる可能性が高い。特に（３）では48.1%と高い。

（１）は $y=\frac{2}{5}x+\square$ というように傾きを求めるところまではできているが，切片を求めるときにつまずいている者がいた。（３）ではグラフが平行であることから傾きが－３であるところまでたどり着いている者は7.5％いた。

・つまずきの原因

式とグラフとことばによる表現がうまくつながっていないと考えられる。（１）では変化の割合とグラフの関係が，（３）ではグラフが 平行ということと傾きが等しいということがとらえきれていない（２）では連立方程式を作るときにxとyの値を代入しまちがえたり，きちんと解けなかったり，傾きを求めるときにまちがえたりしてつまずいている者もいた。

調査項目７　一次関数を使って求めること

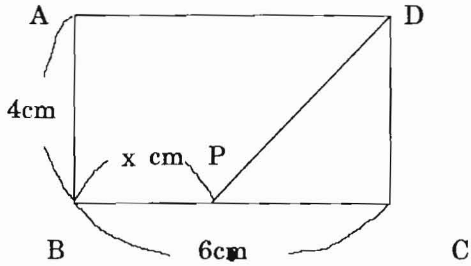
（１）　数学の学力

【見方・考え方】　　　○　一次関数を利用して事象を数理的にとらえる。

（２）　問題

$\boxed{7}$ 右の図の長方形ABCDは，縦が４ cm，横が６ cm です。点PはBから出発して，辺BC上をCまで進むものとします。Bからx cm 進んだときの多角形ABPDの面積をy cm ²とします。

（１）　yをxの式で表しなさい。



（２）（１）で求めた式で，xに比例する部分と，定数の部分は，それぞれ上の図のどんな量を表していますか。

（３）　変数x，変数yのそれぞれの変域を示しなさい。

（３）　生徒の反応

問題		期待する反応	主なつまずき反応
$\boxed{7}$	(1)	y＝２ x＋12　・・・57.3％	無答(18.4%) y＝６ x＋４(1.8%)
	(2)	△BPDの面積・・・14.1％	無答(38.7%) 多角形ABPDの面積(14.7%) 面積(4.3%)
		△ABDの面積・・・20.9％	無答(45.9%) 高さ(5.1%)　縦(2.2%)
	(3)	０≦x≦６　・・・52.8％	無答(30.3%)
		12≦y≦24　・・・45.5％	無答(32.3%) ０≦y≦24(7.9%)

（4）　反応から見た学力診断

・一次関数の利用	長方形の周りの動点と A, B, D で多角形を作りその面積の変化をとらえさせる問題である。
・つまずき反応	無答率が高い。
・つまずきの原因	(1)の式を答えることや（3）の変域を答えることについてはまずまずだが，（2）については達成率が極めて悪い。無答率も高くなっている。単なる計算ではなく，しかも点が動くということでさらに考えにくくなっている。 また，一次関数の式をxに比例する部分と定数の部分に分けて，それらが何を表しているかということについては相当難しい内容であろう。基礎・基本の定着に力をそそぐことは大切だが，実際にはこのように生徒が苦手であっても必要な場合は指導しておく必要があると思う。

調査項目８　一次関数のグラフの特徴

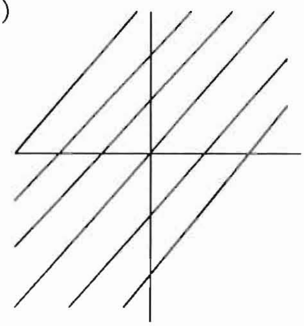
（１）　数学の学力

【関心・意欲・態度】　　　○　一次関数のグラフの特徴をすすんでとらえようとする。

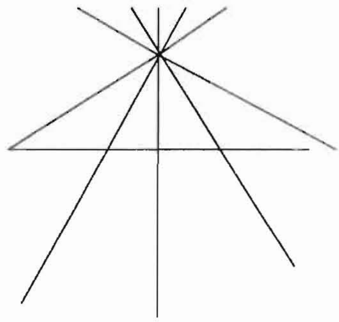
（２）　問題

$\boxed{8}$ 次のグラフは，関数ｙ＝ａｘ＋ｂのグラフです。(1)，(2)について気がついたことを書きましょう。

（１）



（２）



（３）　生徒の反応

問題		期待する反応	主なつまずき反応
$\boxed{8}$	(1)	ｸﾞﾗﾌが平行・・・81.2％ グラフの傾きが等しい	無答(11.5%) ２または－２を通る。
	(2)	切片が等しい　・・・72.0％ (0,2)を通る直線。	無答(12.4%) 集中している。(2.6%)

（４）　反応から見た学力診断

・グラフの特徴

グラフの特徴をとらえ，端的に表現できるかどうかを診ている問題である。

・つまずき反応

既習事項なので数学用語を用いて表現してほしいが，見たままの表現になっていることがある。

・つまずきの原因

数学用語は日常では使われないことばであったり，日常の使い方とは異なったりするので慣れる必要がある。それが使えないということは授業の中で話していることばもとらえられていない可能性も感じ取れる。また，グラフの特徴をとらえられないことも考えられる。

第３学年　つまずきとその分析

調査　平成１３年２月
調査対象生徒　４０７人

担当者　平野圭一

調査項目１　　条件から関数$y=ax^2$の式を求める問題

(1) 数学の学力

【表現・処理】　○条件をもとに，それを関数$y=ax^2$の式に表すことができる。

【知識・理解】　○様々な条件を理解し，関数$y=ax^2$の式にあてはめることができる。

(2) 問題

> 1　次の場合，x，yの関係を式に表しなさい。
>
> (1) yはxの２乗に比例し，$x=-3$のとき$y=72$である。
>
> (2) 関数$y=ax^2$で，$x=2$のとき$y=-8$である。

(3) 生徒の反応

問題		期待する反応	主なつまずき反応
1	(1)	$y=8x^2$→　79％	$y=8x$ $y=-24$など
	(2)	$y=-2x^2$→　77％	$a=-2$ $y=2x^2$ $y=-2x$など

(4) 反応から見た学力診断

・$y=ax^2$の式を求めること

xとyの値，グラフで通る点などの様々な条件を$y=ax^2$にあてはめ，aの値を求める問題である。正比例，反比例，１次関数でも出題されてきた問題なので，同じような考え方で答えることができる。逆に，正比例，反比例，１次関数の考え方ができていないと関数$y=ax^2$もできないことになる。関数として式，表，グラフの３つが相互に結びついた知識とそれぞれを表す力が必要である。

・つまずき反応

無答は少なく，正答率は高いと考えられる。誤答の中には，＋－のうっかりに加えて，１次関数や正比例との区別があいまいになっているものがあった。$y=ax$として数値を代入したり，答えるときに２乗を忘れるものが見られた。

・つまずきの原因

正比例，反比例，１次関数でも出題されてきた問題であるがゆえに過去の問題が現在の定着の前に出てきてしまうことが原因と考えられる。これは，この問題に限らず，前の似たような問題とどこが違っていて，どの部分を同じように考えればよいかをはっきりとさせることが重要である。

調査項目２　変化の割合を考え方とともに求める問題

(1) 数学の学力

【表現・処理】　○変化の割合を求める過程を表すことができる。

【知識・理解】　○変化の割合を求めることができる。

(2) 問題

$\boxed{2}$　関数$y=2x^2$について，xの値が３から５まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(考え方)

(変化の割合)

(3) 生徒の反応

問題		期待する反応	主なつまずき反応
2	考え方	$x=3$のとき$y=18$ $x=5$のとき$y=50$ →６８％ $50-18/5-3$	説明なしの $2(3+5)$ 空欄など
	答	３０→　７３％	３２，１８など

(4) 反応から見た学力診断

・変化の割合を考え方とともに求めること	２学年の１次関数で出てくる変化の割合の問題である。基本の考え方は同じで，計算方法も同じである。しかし，２学年の１次関数では変化の割合は，xの値の変化量に関わらず一定で，傾きに等しくなるため，それのみを覚えている生徒には求めることができない問題である。３年の関数$y=ax^2$では，xの値の変化量によって変化の割合が一定ではなく，その都度求めなければならない。変化の割合の意味をしっかり捉えさせることが大切である。
・つまずき反応	変化の割合の意味を捉えられなかった生徒は，無回答となった。$\boxed{5}$の次に無回答の多かった問題である。また，あっているが，説明なく $2(3+5)$としている解答もあった。この計算でよいわけをわかった上での説明つきの解答もあった。
・つまずきの原因	変化の割合という言葉の意味を正確に捉えられておらず，単にこうすればよいとだけ覚えている生徒にまちがいが多いのではないかと考える。基本的な考え方の定着ができるよう工夫していく必要がある。

調査項目３　　自然現象と数学の変化の割合を結びつける問題

(1) 数学の学力

【関心・意欲】　○様々な事象に興味関心を持ち，それらを数学的にとらえようとする。

【見方・考え方】　○様々な事象を数学と結びつけて考えることができる。

【知識・理解】　○平均の速さと変化の割合の結びつきを理解できる。

(2) 問題

> $\boxed{3}$　高いところから物を自然に落とすとき，ｘ秒後までに落ちる距離をｙｍとすると，$y=5x^2$という関係があります。この運動について２秒後から４秒後までの間の平均の速さを求めなさい。

(3) 生徒の反応

問　題		期待する反応	主なつまずき反応
3		80－20／4－2 ＝30　→４９％ 30m／秒	15m／秒 20m／秒 30秒，30 10m／秒

(4) 反応から見た学力診断

・自然現象と数学の変化の割合を結びつけること

平均の速さという言葉は小学校や理科で学習する。その内容は，中学校で学習する変化の割合と同じである。しかし，同じであることは，自ら興味・関心をもって取り組んで同じであることを発見したりしていないと，忘れ去られてしまう内容になってしまいがちである。また，２年の１次関数における変化の割合と平均の速さの関係から発展せず，３年の関数$y=ax^2$ではその関係がわからないということも起こりうる。数学の学習が数学の時間の数学の問いの中だけのものではないことを伝える授業の工夫が必要である。

・つまずき反応

この問いの正答率が一番低い。無回答は，$\boxed{5}$，$\boxed{2}$に次いで３番目に多い。単位のつけ忘れや計算まちがいは別にしても正答率は低い。何を計算し，何が出てきたのかがわからず，速さをさらに時間で割ったり，距離を速さとして答えたりしている。

・つまずきの原因

計算をしているものが何で，結果の単位は何であるかなどがつかめていないのではないかと考える。数学の言葉の意味と実現象の内容とをしっかりと結びつける学習を取り入れた授業改善が望まれる。

調査項目４　　関数$y=ax^2$のグラフを見分ける問題

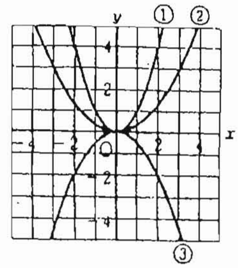
(1) 数学の学力

【表現・処理】　○関数$y=ax^2$のグラフをかくことができる。

【知識・理解】　○関数$y=ax^2$の式とグラフの関係を理解し，見分けることができる。

(2) 問題

4 下の図は，３つの関数，
$y=1/3x^2$，$y=x^2$，$y=-1/2x^2$
のグラフを同じ座標軸を使ってかいたものです。
①②③は，それぞれどの関数のグラフになっていますか。



(3) 生徒の反応

問題		期待する反応	主なつまずき反応
4	①	$y=x^2$→　88％	$y=1/3x^2$
	②	$y=1/3x^2$→　88％	$y=x^2$
	③	$y=-1/2x^2$→　92％	$y=1/3x^2$ $y=1/2x^2$

(4) 反応から見た学力診断

・関数$y=ax^2$のグラフを見分けること

グラフと式の関係をとらえる問題である。グラフは放物線になり，式の$y=ax^2$のaの正負，大小などのaの値によってグラフがどうなるかの特徴を問う問題である。授業で，必ずグラフをかく練習があり，特徴のあるグラフでもあり，実際に自分がかいているので記憶にも深くありよくできる問題である。

・つまずき反応

誤答，無回答とも少なく，正答率は３問ともとても高い。①と②をまちがえている例があり，③をまちがっている例は希少である。

・つまずきの原因

式$y=ax^2$のaの正負とグラフについてはおおむねよいと思われる。グラフをかくことのみに終わるのではなく，式$y=ax^2$のaの大小とグラフについて，a(a＞0)が大きくなるとy軸に近づくなどをおさえることに気をつけた指導が必要である。

調査項目５　　動点による面積変化を関数としてとらえる問題

(1) 数学の学力

【興味・関心】　○動点による面積変化を興味・関心を持って，関数としてとらえようとする。

【見方・考え方】　○動点による様々な変化をどのような条件によってどのように分類するとよいかを考えることができる。

【表現・処理】　○動点による様々な変化を図形的にとらえ，式，変域，グラフなどに表現することができる。

【知識・理解】　○動点による面積変化を関数的に数式的に図形的に理解することができる。

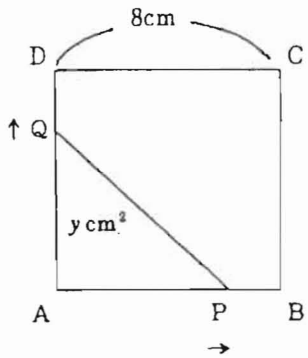
(2) 問題

5　右の図の正方形ＡＢＣＤは１辺が８ｃｍです。点Ｐは毎秒２ｃｍの速さで，ＡからＢまで動き，点Ｑは毎秒２ｃｍの速さで，ＡからＤまで動きます。２点Ｐ，Ｑが同時にＡを出発してからx秒後の△ＡＰＱの面積を$y\,cm^2$とします。次の問いに答えなさい。

(1) ｘ，ｙの関係を式に表しなさい。

(2) ｘ，ｙの変域を求めなさい。

(3) そのグラフをかきなさい。



(3) 生徒の反応

問題		期待する反応	主なつまずき反応
5	(1)	$y=2x^2$ → ６４％	$y=1/2x^2$ $y=x^2$ $y=2x$など
	(2)	$0 \leqq x \leqq 4$ → ６２％	$0 \leqq x \leqq 8$ $1 \leqq x \leqq 4$ $0 \leqq x \leqq 2$
		$0 \leqq y \leqq 32$ → ６２％	$2 \leqq y \leqq 32$ $0 \leqq y \leqq 64$ $0 \leqq y \leqq 8$
	(3)	略　→　５６％	変域を越えたもの 直線 違う式のグラフなど

(4) 反応から見た学力診断

・動点による面積変化を関数としてとらえること

ここでは正方形であるが，長方形や三角形などの辺上を点が動き，その点と定点を結ぶ図形の面積を考える問題である。動点はこの問いでは２つあるが，２つが同じ速さで動く設定にしている。動点の数や速さ，動く範囲によって難易度が変化する問題で，難しいものはかなりの場合分けの必要なものもある。２年生での１次関数でも長方形の辺上を１つの点が動き，残り２つの定点と結ぶ三角形の面積を考える問題に取り組んでいる。２年生では，３年の関数$y=ax^2$などの範囲を超えたものとならないように設定するためグラフにすると台形型のものになることが多い。２年生においてもこの問いは難しいものとなっている。よって，３年になって似たような動点の問題を見ると，見ただけで敬遠してしまう生徒も多い。xの２乗が入ることによって問題にも広がりができ，生徒にとってはわかりにくい問題の１つになっている。

やはり動点があって，辺を変わったときに場合分けをしなければならないことが一番の難関なのであろう。動いている点なのにかけるのは止まった１つの図しかなく，ここまでは同じ式で考えられ，動点が辺を変わると違う図，違う式を考えなければならないことに大変な抵抗があると思われる。

最近ではコンピュータを使った授業も多く取り入れられ，このような動点の入った問題でも，紙の上ではできなかった一定の条件のもとに動きを表示でき，授業に生かせることが容易になってきた。このように利点を生かせるものはどんどん取り入れて授業をわかりやすいものとしていく必要がある。

・つまずき反応

正答率は(1)(2)(3)とも$\boxed{3}$に次いで低い。無回答は一番多い。文章で説明する問題でないにもかかわらず，無回答が一番多かった。
(1)では，Ｐ，Ｑの片方の速さを毎秒１ｃｍにしたもの，Ｐ，Ｑの両方の速さを毎秒１ｃｍにしたもの，ＡＰの長さを求めたものなどがある。(2)では，(1)にともなった変域の間違いが多く，自然数的な考え方で０以上を１以上としてしまう例もあった。(3)では，正比例のグラフをかいたものが多かった。ａの値も(1)では出てこなかった正比例のグラフもあった。$\boxed{4}$でグラフを選ぶことはできても$y=2x^2$のグラフを正確にかけない例があり，変域を越えたものも予想通りあった。

・つまずきの原因

動点をとらえられるかが大切な所であろう。動いているものをとらえ，動いているからこそ関数としてとらえられ，数学的な考察に持っていけることを身につけさせる必要がある。この問いでは場合を分ける必要はないが，条件をきちんと整理して，論理的に考えられる姿勢が大切であると考える。

調査項目６　さいころを投げたときの確率を求める問題

(1) 数学の学力

【見方・考え方】　○さいころを投げたときの場合の数を筋道を立てて，もれなく数えることができる。

【表現・処理】　○さいころを投げたときの確率を求めることができる。

【知識・理解】　○確率の意味やさいころを投げる場合に出てくる用語を理解することができる。

(2) 問題

6　１つのさいころを投げるとき，５以上の目が出る確率を求めなさい。

(3) 生徒の反応

問　題		期待する反応	主なつまずき反応
6		１／３→　８６％	１／６ ２／３ ３／５など

(4) 反応から見た学力診断

・さいころを投げたときの確率を求めること	基本的な確率の考え方を問う問題である。さいころを１つ投げたときの，全ての場合の数，５以上の目が出る場合の数，確率の求め方などを確認するものである。また，以上以下という言葉の意味の取り方も見ようとしている。
・つまずき反応	１／６は５以上の取り方を誤っている。５を入れないで数えているので，１通りにしている。２／３は５以上の取り方はまちがっていないが，上下を取り違えて数えたため４通りになってしまっている。いずれも全体の６通りはあっていて確率の求め方もきちんとできている。
・つまずきの原因	さいころを投げる時の全体の６通りはあっていて，確率の求め方もきちんとできている。以上以下の言葉の意味の取り方が正確にできないための誤答がみられる。これは，知識の定着の問題で，繰り返しの練習や誤答に対する対処の仕方を工夫していく必要があると考える。

調査項目７　　玉を取り出すときの確率を求める問題

(1) 数学の学力

【見方・考え方】　○玉を取り出すときの場合の数を筋道を立てて，もれなく数えることができる。

【表現・処理】　○玉を取り出すときの確率を求めることができる。

【知識・理解】　○確率の意味や確率における用語を理解することができる。

(2) 問題

|7| 袋の中に，赤玉４個，白玉２個，青玉３個が入っています。この袋から玉を１個取り出すとき，次の確率を求めなさい。

(1) 赤玉が出る確率

(2) 赤玉または白玉が出る確率

(3) 生徒の反応

問　題		期待する反応	主なつまずき反応
7	(1)	４／９→　９０％	４／１１ １／４など
	(2)	２／３→　８８％	６／９ １／３ １／１２など

(4) 反応から見た学力診断

・玉を取り出すときの確率を求めること

６番の問題の要点に加えて，玉の色，個数の多様さを加え，場合の数を捉えることが必要である。それに加え，「赤玉または白玉」の「または」という言葉の意味の捉え方も問うている。赤玉４個などの４個に別々の玉として数える考え方が必要になってくる。

・つまずき反応

比較的この問題の正答率は高い。色玉の数え方がさいころなどより捉えやすいのかもしれない。数え方のケアレスミスによる誤答が多く，根本の数え方のミスは少ないと考えられる。ただ，(2)の誤答には「または」の意味の捉え方の間違いから場合の数が違っている例が見られた。

・つまずきの原因

６番同様，「または」の言葉の意味の取り方が正確にできないための誤答がみられる。これは，知識の定着の問題で，繰り返しの練習や誤答に対する対処の仕方を工夫していく必要があると考える。

調査項目８　　カードをひくときの確率を求める問題

(1) 数学の学力

【見方・考え方】　○カードをひくときの場合の数を筋道を立てて，もれなく数えることができる。

【表現・処理】　○カードをひくときの確率を求めることができる。

【知識・理解】　○確率の意味や確率における用語を理解することができる。

(2) 問題

$\boxed{8}$　１から４まで数字をかいたカードが１枚ずつあります。このカードをよくきって，１枚ずつ２回続けて取り出し，取り出した順に左から右へ並べて２けたの数をつくります。次の確率を求めなさい。

(1) その整数が奇数となる確率　　$\boxed{1}$　$\boxed{2}$　$\boxed{3}$　$\boxed{4}$

(2) その整数が３の倍数となる確率

(3) 生徒の反応

問　題		期待する反応	主なつまずき反応
8	(1)	１／２→　８１％	５／１２，１／６ １／３，２／３など
	(2)	１／３→　７０％	１／４，５／１２ １／２，５／１６など

(4) 反応から見た学力診断

・カードをひくときの確率を求めること

　６番７番の考え方に加え，カードを２枚続けて取り出すことやそれを順に並べて２けたの数をつくることなどが入ってきている。また，できた数が奇数，３の倍数になる場合の数え方も大切になってくる。さらに，樹形図の考え方などのような順番にもれなく数える数え方の工夫も必要になってくる。

・つまずき反応

　全体の場合の数は４×３＝１２とおりは樹形図の考え方ができていれば，できていると考えられる。奇数になる場合の数は１の位を１と３にして，十の位を数えるとよいという考え方の工夫なく数えると時間的にも苦しくなり誤答を招いたと考えられる。細かい数値に関する誤答の傾向はつかみにくく，それはすなわち，数えまちがいによる誤答ではないかと考えられる。

・つまずきの原因

　樹形図を使った考え方，奇数になる場合の数え方の工夫，３の倍数になる場合の数え方の工夫など順にもれなく早く数えることができる考え方が足らないためと考えることができる。

第3章　学力診断を中学校「数量関係」の授業改善に生かす基本的な考え

第3章　学力診断を中学校「数量関係」の授業改善に生かす基本的な考え

1　授業改善の基本的な考え

1）確かな学力の育成

①　確かな学力を目指す数学教育の実現

確かな学力が叫ばれる背景

新学習指導要領で中学校「数学」の指導内容が従前に比べて大幅に縮減された。このため中学生の「数学」の学力低下を危惧する声が大きい。ＩＥＡ調査（１９９９）では中学２年の数学の成績は参加国中、上位から５番目と良好であったものの、「数学大好き」「数学好き」の割合は、国際平均の７２％を大きく下回り、４８％と最低レベルであった。

２００２年の国立教育政策研究所教育課程研究センターが実施した「平成 13 年度小中学校教育課程実施状況調査」の結果においても、中学校数学の成績は、学力低下の危惧される現状を呈していると思われる。特に、同一問題での比較では、第１学年では９３.８％、第２学年では７８.９％と、大きく前回を有意に下回っている。(※前回；平成６～７年度調査時)

fig1　学年別にみた同一問題の通過率比較（「数学」）

	問題数	前回を有意に下回る	通過率	
			今　回	前回
第１学年	１６	１５	62.9	68.6
第２学年	１９	１５	64.3	68.0
第３学年	２０	9	62.3	63.6

fig2　領域別設定通過率との比較（「数量関係」）

	問題数	前回を有意に下回る	通過率	
			実通過率	設定通過率
第１学年	１４	9	52.3	63.6
第２学年	２１	7	59.6	60.7
第３学年	１６	5	61.1	62.5

確かな「学力」とは

中学校「数学」の学力低下を危惧する声が高まる中で、確かな学力の育成が求められている。確かな学力と言っても、学力観は社会の変化に伴って、社会のニーズに応じた学力観が求められるので、学力観は様変わりするのが一般的である。したがって、「確かな学力」に関しては、確実に「学力」を生徒の身に付けさせるという意味で捉えることが適切である。

今、求められているのは、「生きる力」の育成である。

「関心・意欲・態度」も学力に含む

では、確実に身に付けさせるべき中学校数学の「学力」とは何であろうか。数学は覚える教科ではない。数量や図形を対象にして考える教科である。こうした教科の特質の視座から、数学教育でどんな学力を生徒の身に付けさせるべきかを検討する必要がある。

「数量関係」の領域の特質は、2つの数量を関係づけてみる力の育成にある。したがって、「数量関係」に関する学力は、比例や一次関数の意味などの「知識・理解」、比例や一次関数等を式やグラフに表す「表現・処理」だけではない。依存関係にある2つの数量の関係を表、式、グラフを活用して考察するなどの活動を通して「数学的な見方や考え方」を伸ばしたり、数量関係への「関心・意欲・態度」を高めたりするので、「思考力」「判断力」「表現力」「関心、意欲」等も、「数量関係」の領域で育成すべき「学力」に含めるのが、適切である。

② 確かな学力診断が、授業改善の前提

中学校「数学」の「数量関係」において、確かな学力を形成するためには、「知識・理解」「表現・処理」「数学的な見方や考え方」「関心・意欲・態度」の理解度、習熟度、達成度等について学習状況を調査し、適切に診断することが重要である。

こうした学力診断調査は、文部科学省等の母集団の大きな調査が信頼性、客観性があると思われがちである。

本当に信頼性のある学力診断調査

しかしながら、一番信頼性があるのは、実際指導している岡山県の中学生の「数学」の学力の実態や状況である。全国的な達成状況の傾向が岡山県と一致するとは限らない。また、全国と比べて学力が高いかどうかを論議するのは、絶対的評価重視の流れの中にあっては適切ではない。指導要領が最低基準であるという方向性が出されたからには、学習指導要領に準拠して、数学の学力、数量関係の学力の達成状況を論議すべきである。

したがって、現行の岡山県の数学教育に携わっている数学教師の指導によって、どの程度数学の学力が形成されているのか、その達成状況を診断することが、確かな学力の指導への第1歩と考える。

③ 岡山県の中学生の数学の学力向上

グローバル化が進む中にあって、岡山県の中学生の学力の向上を目指すことは局所的と判断するのは適切ではない。学力診断調査結果に基づいて授業改善し、全ての岡山県の中学生の数学の学力を学習指導要領のいう最低基準以上にしたい。

学習指導要領がナショナルカリキュラムである以上、それ以上の学力を育成することが、岡山に限らずどの地域にあっても求め

られることである。

岡山県の中学生の数学の学力を向上させることは、全体として日本の中学生の数学の学力が向上することに結び付くものでもある。

2）数学指導と学力診断の一体化

単なる学力診断に終わるべきでない

私たちの実施する中学校「数学」学力診断調査（「数量関係」）の目的は、単に、中学生の「数量関係」の学力の達成状況を「関心・意欲・態度」「表現・処理」「数学的な見方や考え方」「知識・理解」の観点別に調べようとしているのではない。

診断的評価を指導に生かす

学力診断調査した結果を平素の数学の授業にフィードバックさせ、授業改善を図ることを目的としている。すなわち、４観点別に理解度、習熟度、達成度等が不十分な傾向が見られる指導内容や指導事項を浮きぼりにし、基礎的・基本的事項にもかかわらず達成状況が良好でない内容について、授業改善し、学力の向上を図ろうとするものである。

ややもすれば、従来の学力調査は通過率が高いか低いかの結果だけに目を奪われてきた。学力調査結果を授業改善に生かそうとする声は上がっても、単にスローガンに終わることが多かったように思われる。

指導要領が最低基準であるという方向性が示された今日にあっては、指導と評価の一体化を図る必要がある。「分かっていない」「できるようになっていない」では済まされないのである。

確かな学力の育成の意図実現のためには、学力診断調査の結果から、次のような分析・考察を行い、最低基準である教科書レベルの学力を、一人一人の生徒が確かに形成できるように授業改善する必要がある。

「学力診断評価と指導の一体化」の方策

「学力診断評価と指導の一体化」の方策

○「関心・意欲・態度」「数学的な見方や考え方」「表現・処理」「知識、理解」等の４観点別の学力形成のためのつまずき、誤答分析を行い、授業改善箇所を見出すこと。
○具体的に現在の「数量関係」の授業のどこに問題があるのか、つまずきや誤答の多い要因を分析すること。
○つまずきや誤答の要因を打開する「数量関係」の授業の改善方策（「学習展開法」「数学的活動」「教材」等）を検討すること。

2　学力診断を生かす中学校「数量関係」の授業改善

1）基本的な考え方

①　学力診断を生かす

通過率だけでは授業改善できない

　学力診断調査結果で通過率の高低が論議され、通過率が低いと難しい指導内容であると問題視される傾向にあった。しかしながら、授業改善をしようとする試みが積極的になされたかどうかは疑わしい。このように、単に通過率の高低だけを論議するのは問題がある。通過率、達成率だけで論議する問題点をもう少し追究してみたい。

授業改善の具体的方策が構築できない

　第１の問題点は、授業改善の具体的方策が構築できない点にある。通過率が低いという理由で、これまで授業改善を単に叫ぶだけに終始していた傾向がある。いくら授業改善を叫んでも、中学校「数学」の授業において、通過率だけを見たのでは、何を、どう授業改善すべきか皆目見当が付かないと思う。

最低基準の通過率の設定は困難

　第２の問題点は、通過率が高いかどうか、そのボーダーラインを引きにくい点である。例えば、通過率７０％を超えると「概ね達成」としてよいかどうか検討を要する。例えば、比例の意味という基本的な知識・理解に関する達成度と、比例の活用といった「数学的な見方や考え方」に関する達成度とは、同じボーダーラインであっていいはずがない。基礎的・基本的な知識・技能と思考力の達成率は異なるのは普通である。また、学習指導要領は最低基準という方向性もある。通過率が７０％、８０％でよしとするのは、最低基準という教育理念との整合性が付かない。現実的には厳しいものがあるが、学習指導要領を最低基準とするならば、目指すは完全習得であり、１００％の通過率が原理、原則である。無理だとあきらめないで、どれだけできるか可能性にかけたい。

　以上の通り、学力診断調査結果により、通過率が低いと言うことから「分かっていない」「できるようになっていない」と判断できる。しかしながら、理解度、習熟度、達成度が通過率という数値だけでは、授業改善の具体的方策が構築できない。

　そこで、私たちの授業改善では、単に学力診断調査において「通過率が低い」という状況だけではなく、「つまずき」や「誤答」を分析をして、完全習得学習を目指した授業改善を試みることを基本にした。

「つまずき」等の分析を基本にした授業改善

「つまずき」等の分析を基本にした授業改善

- 如何に無答を少なくするかの方策の構築（無答が多い）
- 「つまずき」の分析と「つまずき解消方策」の構築
- 「誤答」の分析と「誤答解消方策」の構築

以上、「無答」「つまずき」「誤答」の要因を分析し、どうして「無答」が多いのか、どうしてこんな「つまずき」や「誤り」をしたのだろうかと分析的に要因を探る中で、従来の教え込み型の授業から「自ら学び、自ら考える授業」へと転換するための授業改善を図りたいと考えた。

② 学力診断調査結果を生かす観点別「数学科授業改善」

「無答」「つまずき」「誤答」から、個々の指導事項に関する授業改善の具体的方策を見出すとことを考えるようにする。生徒の「無答」「つまずき」「誤答」が、私たちに授業改善の方向性や糸口を教えてくれるからである。

例えば、第１学年の「ｙがｘに比例し、ｘ＝２のときｙ＝５となっています。ｙをｘの式で表しなさい」という学力診断調査の結果で述べる。

比例の「表現・処理」に関する学力診断調査結果は、通過率が６２％と基本的な指導事項にもかかわらず低い。通過率が低いので、高めればよいのである。しかしながら、通過率を高める具体的方策のアイデアは、「無答」「つまずき」「誤答」を分析する必要がある。

「無答」が多い場合は「関心・意欲」を掻き立てる授業改善

例えば、「無答」が多ければ、比例の学習そのものに余り関心を示していないとも考えられる。比例の学習の出発点である比例への「関心・意欲・態度」を如何に持たせればよいかが、授業改善の最大の課題となる。また、比例の意味を全く理解していないとも考えられ、どんな事象を取り上げ、如何に比例の意味を捉えさせたらよいかという授業改善の方向性が見えてくる。

「つまずき」「誤答」分析による観点別の授業改善

比例定数を求めるのに、ｘとｙの値をかけてしまったというような「つまずき」「誤答」等が多ければ、比例の意味の理解が甘い場合は、比例の意味指導の授業改善が必要である。また、比例の意味と比例関係を表す式との関連づけ指導が不十分な場合は、如何に比例の意味と式を結び付けて融合すればよいかが授業改善の方向性が見えてくる。

このように、「無答」「つまずき」「誤答」を分析し、その要因を探れば、観点別に、どんな種類の学力を、如何に身に付けさせるべきか授業改善の具体的方策を構築できると考えている。

２）学力診断を生かした授業改善の方策

①数学的活動の楽しさのある授業改善

数学科の目標に「数学的な活動の楽しさ」が新たに組み込まれた。学力の観点で言えば「関心・意欲・態度」を育成することと

観察、操作、実験などの具体的活動の重視

大いに関係がある。しかし、それだけではない。実生活との関連を図り、観察、操作、実験などの具体的活動を通して、数学的な見方や考え方を五感を通して伸ばすこともできる。さらに、五感を通して実感的に学んだ数量や図形に関する基礎的・基本的な知識、技能は忘れにくく、よりよくこれらを身に付けることができるものと期待できる。

例えば、第２学年 C　数量関係（１）ア「事象の中には一次関数を用いてとらえられるものがあることを知ること」に関する授業改善の例を述べる。大月一泰氏は、一次関数の表の見方の達成率が低いのは、そもそも、一次関数の関係を捉えさせる「数学的な活動」の不足や欠如を指摘している。この問題点を解消する方策として、蓋然的な事象を「竿秤の実験」という数学的活動を取り込み、実感的に生徒自らが一次関数の関係にある数量関係を見出す授業改善を図っている。

宇津見雅英氏も同様に、「線香に火をつけたときの、時間と線香の長さ関係を調べる」という実験を通して、その結果をグラフに表せ、直感的に一次関数の特徴を捉えさせるように工夫している。

関心・意欲を高め、数学的な見方や考え方を伸ばし、確実に基本的な知識技能を身に付けさせるために、数学の授業では、こうした操作や実験等の「数学的活動」を通して、楽しく学ばせる授業改善が求められている。

具体的な活動と数学的な思考との融合

両氏とも実験を取り込んでいるが、単なる実験に終始していないところが、重要な指導のポイントである。単なる実験ではなく「思考実験」にしている点が工夫点である。数量関係に関する観察、操作、実験等の具体的な数学的活動と数学的な思考とを融合させることが授業の成否のポイントとなると思われる。

②実生活との関連付けて、数学的な見方考え方を伸ばす授業改善

平成１０年の教育課程審議会の答申、ア　改善の基本方針（イ）では、実生活と数学の関連を意識し、自ら課題を見つけて、主体的に問題解決していく活動を重視する方向性が打ち出されている。

「数量関係」は、実生活との関連をつけ、事象と事象を対応付けたり、物事の変化を捉える手だてや考え方を身に付けることが求められている。

真実感のある授業への転換

こうした基礎的・基本的な力は、教え込み型の授業では育成できない。生徒自らが、実生活との関連を付け、自ら既に身に付けた関数的な見方や考え方を発揮して事象を考察できるような場を設定することが重要である。木村善生氏は、第１学年の比例と反比例の授業において、実生活と関連付けを図る場づくりとして、

既有の遊び体験である「シーソー」や小学校の既習事項である「天秤」を取り込み、おもりの重さと支点からのおもりの重さの関係を、実験を通して考察するように授業改善を図っている。

実生活との関連を図ることは、生徒にとっても真実感が伝わり、興味・関心を持って比例の学習に取り組むことができ、比例の見方や考え方を伸ばすとともに、比例・反比例の意味をよりよく身に付けることができるという効果が期待される。

③多面的なアプローチでの授業改善

数量関係を考察する場合の手だてや考え方は、画一的なものではない。教科書に示された手だてが一番適切であるとは限らない。

そこで、生徒の実態に応じて最適な指導方法を採用して授業するのが本当の数学教師の資質・能力である。

生徒の実態に応じた指導方法の最適化

中学２年生 C 数量関係（１）イ「一次関数の取る値の変化の割合とグラフの特徴を理解するとともに、一次関数を利用できること」に関して、２点を通る一次関数の式を読むことができにくい生徒が比較的多い。秋山真氏は、この実態に対して、その要因は形式的に連立方程式で手際よく問題解決させている授業にあると指摘している。連立方程式の解法は、形式的に処理できるよさはあるものの、一次関数の式のイメージが湧きにくく、方程式の解法は忘れやすいという問題点を指摘する。

そこで、秋山真氏は切片が分数の時に難点があるものの、実際に一次関数のグラフにかくという「数学的な活動」を通した授業の方が、一次関数の式がイメージ化できる実感的授業として推奨している。秋山真氏は、この授業改善の方策のよさを次のように指摘している。

＜グラフに書かせる指導のよさ＞

・２点を通る一次関数の式を視覚的に実感できるよさがある。
・生徒自ら具体的、主体的に一次関数のグラフを書きながら、関数的な見方や考え方を進めるよさがある。
・一次関数のグラフと式を融合させて捉えることができるよさがある。
・連立方程式と違って、忘れにくい問題解決の手だてである。

３）学力診断を生かす授業の留意点

①評価規準や評価基準の設定

数学科の指導では、指導の系統性が強いため、単元レベルの学力観が問われることが多い。だからといって、１時間単位の授業

で身に付く学力を軽んじてはいけない。単元レベルで育成すべき学力を見据えた上で、本時でどんな数学の学力を身に付けるべきかを検討する必要がある。

授業の中で「B概ね達成」以上を目指す

本時目標は、評価の視点に立てば、評価規準である。その目標をどのレベルで達成すべきか具体的に示すのが、評価基準である。私たちの考える評価基準は、「A　十分達成」「B　概ね達成」「C不十分」の3段階の内、「B　概ね達成」を示したものである。

学習指導要領が最低基準であるという方向性を受けて、「B概ね達成」が最低基準であるという共通認識に立っている。

したがって、「C 不十分」は最低基準以下なので不要と考えている。数量関係の授業では、数量関係の課題を生徒自らが見付け、その解決活動を通して、目標達成できるようにすることが求められている。1時間の授業を通しても、目標に関してスローラーナーであっても、最低基準以下の生徒が現れるようなことがないように授業改善を図る必要がある。授業の出口では、生徒一人一人を「B　概ね達成」以上にしたいのである。

②治療的指導より予防的指導の重視

私たちの目指す中学校「数学」の学力向上は、最近流行となっている放課後学習等の教育課程外の授業や個に応じる授業改善としての脚光を浴びている「少人数指導」等の学習形態によるものではない。

平素の授業を見直し、特に、「つまずき」「誤答」の多い指導事項に関する授業改善を通して、生徒の数学の学力を向上させようとするものである。

4）従来の「つまずき」研究との違い

授業改善の成否の鍵は、「つまずき」「誤答」の分析にある。従来から、「つまずき」に関する先行研究は数多くある。しかしながら、こうした研究の多くは、「つまずき対策」としての数学の授業研究である。

私たちの授業研究は、従来型の「つまずき研究」ではない。生徒が「つまずき」「誤り」を起こした場合、これにどう対処するかという対処的・治療的な中学校「数学」の指導の研究をしているのではない。こうした指導では、ややもすれば、個々の問題の対処的な指導に終始し、つまずきや誤りが生じる中学校「数学」の抜本的、体系的な授業改善が図れないからである。

また、単なる予防的な指導でもない。「無答」「つまずき」「誤り」の分析をし、それが生まれる要因を、単にその授業だけに求めることに終始しないように配慮した。関連する単元、前学年の

「数量関係」の指導事項にまで遡って追究することにした。

このように中学校「数学」の「数量関係」の指導の系統に基づいて「つまずき」や「誤答」を体系的、総合的に分析することにより、「つまずき」を生かした授業改善を目指している。この点で従来型の「つまずき指導の研究」と私たちの「学力診断調査を生かす指導の研究」には、大きな違いがあると思う。

（黒﨑東洋郎）

＜参考資料＞

1）国立教育政策研究所教育課程研究センター、「平成１３年度小中学校教育課程実施状況調査報告書」、２００３.

2）文部省、中学校学習指導要領（平成１０年１２月）解説ー数学編ー、平成１１年９月.

3）岡山大学算数・数学教育学会、「中学校数学学力診断調査問題の検討と考察」、岡山大学算数・数学教育学会誌「パピルス」第７号、２０００.

4）岡山大学算数・数学教育学会、「中学校数学「数量関係」に関する学力診断調査の結果と考察」岡山大学算数・数学教育学会誌「パピルス」第８号、２００１.

第４章　学力診断を生かした実践的な授業改善

1　第１学年

1）比例と反比例

－天秤を使って支点からの距離と重さの関係を実験する
数学的活動を取り込んだ授業－

2　第２学年

1）一次関数

－竿秤を使って支点からの距離と重さの関係を実験する
楽しい数学的活動のある授業－

2）一次関数

－線香に火を付けたときの時間と線香の長さの関係を調べる数学的活動を通した楽しい一次関数の授業－

3）一次関数

－　一次関数の式・ことば・グラフを一体化し、
関連づける数学的活動のある授業－

4）一次関数

－方程式を活用して一次関数の式を求める授業－

3　第３学年

1）二次関数

－テクノロジー（グラフ電卓）を活用する
数学的活動の楽しさのある授業－

1　単元名　比例と反比例(第１学年)

題材名　反比例

2　目　標	・身のまわりの事象から比例，反比例の関係を見いだし，その特徴を調べようとする態度を養う。 ・身のまわりの事象の中にある２つの数量の関係を，変化や対応の様子に着目して調べ，考察することができるようにさせる。 ・２つの数量の変化を比例，反比例としてとらえ，表や，式，グラフを使って表現したり，数学的に処理できるようにさせる。 ・比例，反比例の意味や式，グラフの特徴と座標の意味を理解させる。
3　指導計画と本時の位置づけ	第１次　比例……………………………………8時間 第２次　反比例…………………………………5時間 第３次　比例と反比例の利用…………………4時間 　　比例と反比例……………………1時間 　　比例の利用………………………2時間 　　反比例の利用……………………1時間（本時） 第４次　章の問題…………………………………1時間
4　指導上の立場 （１）　教材観	小学校では，伴って変わる２つの数量の関係を表したり，調べたりする力を伸ばしてきた。第１学年における関数指導では，小学校の基礎に立って，具体的な事象を調べることを通して，比例，反比例について理解するとともに，表現し考察する基礎を培うことをねらいとしている。この題材は，小学校理科での既習の知である「てこのはたらき」の考え方を想起し，思考をすすめていきながら，実験を行ったり，実験から求められる数量関係を考察させていく過程で，比例，反比例やその概念の理解を深めさせていく。また，学習課題を追求するプリントを取り入れ，数理を個人や小集団で追求させていく。こうした活動や考えを記録させ，振り返らせながら進めていく。
（２）　学力診断調査に基づく生徒の実態	中学１年生「数量関係」に関する学力診断調査の結果のうち，反比例に関する問題をあげてみると，

$\boxed{2}$「x，y の対応が次の表のようになっています。問いに答えなさい。

x	‥‥	−3	−2	−1	0	1	2	‥‥
y	‥‥	4	6	12	×	−12		‥‥

（１）x と y のあいだにはどんな関係がありますか。

（正答率　80.6%）

（２）x＝2 に対応する y の値を求めなさい。

（正答率　90.9%）

（３）ｙをｘの式で表しなさい。

（正答率　　64.7%）　」

である。また，「反比例のグラフから式を読み取る問題」では，

（正答率　　60.7%）

である。反比例という言葉は理解していても、中学１年生には，日常の生活の中の数量などを反比例として捉えることがほとんどなく，知識が断片的で実感のないあいまいなものになりがちなのではないかと推測される。そのため，式にやや複雑な思考が伴うだけで，内容がイメージできなかったりするのではないかと思われる。

（３）　授業改善の視点と方法

①今までの指導の問題点

生徒にとって，関数の学習に入るとわかりにくさを感じるものも少なくない。未知数として扱ってきた文字が，今度は変数として現れる。その意味合いや扱いの違いに戸惑う事がある。関数というもの意味をかなりあいまいにとらえながら学習が進んで理解が不十分であったりする。中学１年生では厳密に関数の意味を捉えることは困難かもしれない。特に，反比例は比例と違い、実現象の中で具体的にとらえにくい。その意味でも日常の具体的な事象を取り上げ，適切な活動で関数の意味やイメージを持たせる必要があろう。

②新しい指導

・数学的活動

関数の概念に難しさを感じているものも少なくない。比例，反比例の学習では，実生活において数量を関係的に探求する基礎となるように，具体的な事象を題材として多く取り上げ，数学的活動の楽しさを味わい，主体的に問題解決を行い，実感を伴った理解がなされるようにしていきたい。生徒にいろいろな事象の考察を通して諸側面から比例・反比例の考えを学ばせ，概念を形成させたいと考えている。具体的な事象の中から，伴って変わる２つの数量を取り出し，表やグラフを通して比例，反比例の関係を見いだし，理解させていく。そして，比例，反比例に関する知識や技能を活用させることで具体的な事象や場面とのかかわりをとらえさせ，問題解決する方法を身に付けさせ，理解を深めさせていきたいと考えている。そのためにも，生徒の関心を高め，学びが体感できるように場面に応じた観察や実験を行うことで，主体的に問題を追求し解決していく態度を喚起したい。

・5 本 時 案 (第3次 第4時)

目 標	・ 具体的な事象の中から，関数関係にある二つの数量に着目して，反比例となっていることを見いだすとともに，主体的に考察し，活用していくことができる。 ・ 反比例の関係を表やグラフを用いて数理を追求していくことで，数学的な見方や考え方のよさに気付くことができる。

学 習 活 動	数学的活動への支援	評価基準
1．シーソーの写真を見て知っていることを挙げる。	1．てこの働きについて，既習の内容を想起，確認させる。	関心・意欲 経験をもとに積極的に考えることができたか。
2．本時の学習内容を確認する。 (1) 本時の学習課題を知る。	2．実験をして，その結果から二つの数量関係について考察していくことを知らせる。	

学習課題　バランスよくつり下げた木の棒におもりをかける。片方にかけるおもりの重さを変えたとき，そのおもりの重さとかける位置の間にどんな関係があるだろうか。

学 習 活 動	数学的活動への支援	評価基準
(2) おもりの重さと支点からの距離の関係を予想する。	他教科の学習を意識させてから，既習の関数を考えて予想させる。	見方・考え方 既知を生かして自分なりに関係が予想できたか。
3．説明を聞き，実験をする。	3．実験するときの留意点を説明するとともに，正確な数値を求めるためにどのような点に気を付けなければならないか，他教科の既知も生かし考えさせる。	関心・意欲 興味を持って課題に取り組もうとしているか。
4．実験の結果を用いておもりの重さと支点からの距離を考える。 (1)数量関係を表に表し，考察する。 (2)グラフに表し，考察する。	4．実験結果をもとに，各班ごとの考察やクラスの練り上げを行い，思考の過程を通して，二つの数量の間に反比例の関係があるのではないかということに気付かせる。そして，既知としてある反比例の性質や特徴を生かして，本当に反比例といえるかを確かめさせる。	表現・処理 実験結果を分かりやすく表やグラフに適切に表せたか。 見方・考え方 数量関係を的確に捉え，正しく考察することができたか。

予想される反応
- おもりの重さが大きくなると，支点からの距離が近くなる。
- おもりの重さが2倍，3倍，・・・となるとき，支点からの距離は1／2，1／3に近い値になっている。
- グラフにしてみると反比例のようだ。

学 習 活 動	数学的活動への支援	評価基準
5．課題を発展させ，考える。	5．固定していた片側のおもりの数，位置を変えて実験を行い，反比例として式の比例定数を求め，逆におもりの数を変えたときの距離を計算し，それが実験を行うことによって確かめられることを実感させる。	知識・理解 まとめた内容を理解し発展課題に生かせたか。
6．学習を振り返り，まとめをする。	6．追求プリントに授業を振り返ってのまとめ，感想を記入させる。具体的な事象のなかから関数関係を見いだし，数理を追求していくよさに気付かせたい。実験，考察を振り返り，数学的活動な楽しさを実感させたい。	

6．授業展開の実際と生徒の反応

（1）課題をつかむ

まず，導入としてシーソーの写真をみて，シーソーの仕組みを考える。つり合うために重さと支点からの距離がかかわってくることに着目し，小学校でのてこの働きについての既習内容を思い起こさせる。生徒のほとんどすべてがシーソーに乗った経験があり，てこの働きが関わっているということは生徒もすぐ理解できた。しかし，てこの原理などの既習の知識はかなり個人差があったので，ここで確認した。そして，これから行う実験についてその仕方を知り，つりあうときのおもりの重さと位置を測定し，その関係について考察させていくことをおさえる。

（2）おもりの重さとかける位置の関係を予想する。

小学校の内容と比例・反比例でここまでに学習したことに自分の経験などを加え，個々の生徒ごとの予想をする。重くなるほど支点に近づいていくことやおもりの重さと支点からの距離の積が一定になることなど反比例ではないかと予想する生徒もすくなくなかったが，やはり反比例が十分自分のものになっていない生徒にとっては予想が困難な面もあった。見通しを立てることで学習意欲を高めるとともに，個々の生徒の既習の知を整理して追求しやすくする。

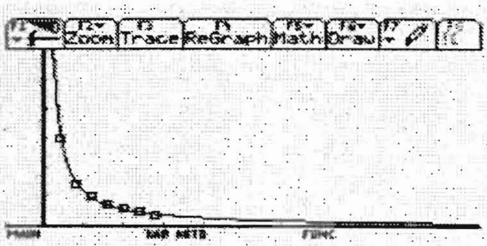
（3）実験を行い，つりあうときのおもりの重さと支点からの距離の関係を表，グラフに表し，考察する。

一方のおもりを固定して，もう片方には1個2gのおもりを1個，2個，・・とつり下げていく。つりあうときのおもりの重さをxgと支点からの距離をycmとして測定し，その関係について考察していく。実験をすすめていくと，反比例であることが見えてくる。それは，個々の生徒の捉え方には違いがあったが，測定値xとyの値の積がほぼ一定になっていることや，既習の知識である反比例の場合の値の変化，(たとえば，xが2倍，3倍，4倍，・・となったとき，yが$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$，・・となる。)，などからわかってくる。反比例であるとすれば，積の値から比例定数が予想され，式もわかってくる。

測定値をグラフに表してみる。グラフの曲線からも反比例らしいことが読み取れる。グラフ電卓を利用し，測定した値をグラフに入力し，予想した式のグラフと重ねた。自分の実験結果と予想した式のグラフの様子が同時に視覚的にとらえられて，生徒から「わあ。」と歓声が上がった。反比例であることが実感できた。

（4）課題を発展させ，固定していたおもりの重さや位置を変えて，つりあう位置を考えながら実験で確認していく。

おもりの重さ(種類)や位置を変える。実験，考察を通じてわかったこと（xとyの積が一定）から，実験をしながら次につりあう位置はどこか計算上わかってくる。実験は自分の考えの検証になってくる。なかには、実験もそこそこに表をどんどん書き込んでいく班もあった。また，生徒の何人かは固定していたおもりの重さに着目して，「このおもりは○gだ。」と発展追求していったり，固定したおもりのつり下げる位置を複数にして，釣り合う位置を計算で求めるものも出てきた。ただ紙の上での知識としての反比例に実験を通して実現象とのつながりと理解の深まりとが生まれた。



（5）今日の授業でわかったことや感想をワークシートにまとめる。

今日扱ったおもりの重さと支点からの距離と言う数量関係が反比例になっているということだけでなく，それが実感を伴うものとして考えられ，また主体的，意欲的に取り組めたことがうかがえられた。目標としていたことが，生徒の反応の中からとらえられ，一定の成果が上がったと感じた。

7．授業の考察

ワークシートの記述から

（学習を終えて，わかったことや学んだことをかこう。）

・てこの原理も実は反比例していた！！
・おもりの重さを増やしていくほど支点からの距離が短くなることがわかった。反比例になることもわかった。
・どこの位置でもつりあったときのおもりの重さと支点からの距離の積が等しい。だから反比例だとわかったので，途中からおもりの重さを変えたときのつりあう位置がよめるようになった。
・グラフ電卓を使って，グラフをかかせたらおもりの重さと支点からの距離が反比例しているんだなとよくわかった。
・計算上決まった数が出てきても，実験でははっきりとした数にならないこともあるとわかった。

（感想）

・反比例も実際やってみるとおもしろいし，わかりやすかった。
・この時間はおもしろかった。重さと距離が反比例することが自

分でわかって，少しうれしかった。

・なかなかつり合わなくて苦労した。やっぱり，考えるのと実際にしてみると違うなあと思った。

・おもりの重さと支点からの距離の間に反比例の関係があることがわかり，びっくりしました。今度は負の数になるような問題もしてみたいと思いました。

・いつもと違って実験しながらするのも楽しい。自分で確かめてみると反比例のことがよくわかった。

・反比例が生活の中で活用できそうな気がしてきた。また，てこの原理は不思議だと思った。

・シーソーがこれからは今日の授業の「てこ」に見えてきそうです。

生徒は，関数を操作的，形式的にとらえ処理しようとする傾向があり，関数の概念に難しさを感じているものも少なくない。比例，反比例では，実生活におけるいろいろな数量を関係的に探求していくことで関数をただ形式的に考え，処理してしまうのでなく，その基礎的な意味や概念を伴った学習になるようにしようと考えている。この授業は，具体的な事象を題材を取り上げ，数学的活動の楽しさを味わいながら，主体的な取り組みと，実感を伴った理解がなされるようにしていきたいとねらいで行った。

この授業は，てこの働きを扱うわけで，すでに小学校の理科で学習したものを用いている。しかし，既習事項との関連や発展を調べることは意義があると考える。学習の過程で，小学校での「てこの原理」を利用していることや重さと支点からの距離との間に関数関係があることに気が付き，その関数関係は反比例であることを知る。既習の知と新しい知との学びの結びつきが生まれる。授業での紙と鉛筆での知識から，このように，学習場面に応じた適切な観察や実験を伴う学習で理解が深まり，より確かな知識として身に付き，活かされていくと考えられる。　（木村　善生）

がんばりMATH２００２学習プリント　　　　　　2002.11.16

１年（D）組（　）番（　　　　　　）

1．学習課題を知ろう。

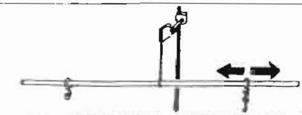
「学習課題」

バランスよくつり下げられた木の棒の両側におもりをかける。片方のおもりはつりあうように「重さ」と「位置」を変えていく。その「おもりの重さ」と「かける位置」の間にどんな関係があるだろうか。

2．おもりの重さとかける位置の関係を予想してみよう。

反比例する。$y=\frac{a}{x}$

3．各班ごとで実験を行い，考えてみよう。

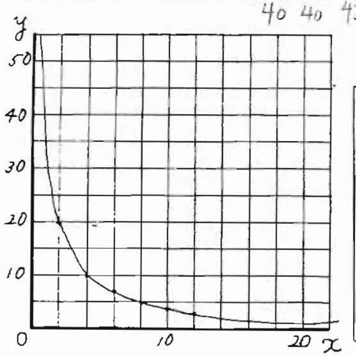


・一方のおもり（黄色のフック）は固定して，もう一方には1個2gの鉄のおもり（金具）を1個，2個，…と変えてかけていき，「おもりの重さ」と「支点からの距離」の関係を考えよう。

つりさげたおもりの重さを x g，支点からの距離を y cmとして，表にまとめよう。

おもりの重さ　x（g）	2 4 6 8 10 12
支点からの距離 y（cm）	20 10 7 5 4 3

40 40 42 40 40 36



4．実験の結果から考察しよう。

・結果からわかったこと

・重りの重さが増えると、支点からの距離が短くなる。
・重りの重さが2倍、3倍となると、支点からの距離が $\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$ となる。
・$x \times y$ がほぼ等しい ⇒40

⇓

反比例している。

5．課題を発展させて考えよう。

（固定していたおもりを 黄から赤(20cm) に変えてみよう。）

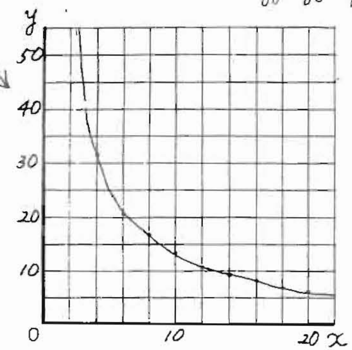
おもりの重さ　x（g）	2 4 6 8 10 12 14 16 18 20
支点からの距離 y（cm）	X 32 21 16.5 13.5 10.5 9.2 8 7.2 6.5

128 126 132 135 126 128.8 128 129.6 130

（固定していたおもりの位置を 20cmから40cm に変えてみよう）

おもりの重さ　x（g）	2 4 6
支点からの距離 y（cm）	40 20 13

80 80 78



・結果からわかったこと

この実験から、固定する方のおもりの重さや位置を変えても、おもりの重さと支点からの距離は、反比例することがわかった。

6．課題を振り返ってみよう。（学習を終えて，わかったことや学んだことを書こう。）

一方のおもりを固定し、もう一方のおもりの重さと位置を変えてつり合わせると、固定しない方のおもりの重さと、支点からの距離は反比例する。

感想

てこで、どこの位置でも、おもりの重さと、支点からのきょりは等しい。つまり、反比例であることがわかった。これを利用して、おもりの重さをかえたときの支点からのきょりがよめるようになった。

第２学年の授業改善　一次関数の意味

1　単元名　一次関数（第２学年）

　題材名　さおばかり

2　目　標

○　具体的な事象の中から数量を取り出し，関数関係を考察し，関数の考えを意欲的に問題解決に活用しようとする。

○　変化や対応についての見方や考え方を深めるとともに，事象を数理的にとらえ見通しをもち論理的に考察することができる。

○　数量の関係をグラフなどに表し処理したり，関数関係を的確に表現したりして，問題解決に１次関数を利用することができる。

○　１次関数の意味，変化の割合とグラフの特徴，問題解決への利用の仕方を理解することができる。

3　指導計画と本時の位置づけ

・第１次　１次関数 ……………………………………10時間

　関数 ……………………………２時間（本時は第１時）

　１次関数 ………………………１時間

　１次関数の値の変化 ………１時間

　１次関数のグラフ …………４時間

　１次関数を求めること ……２時間

・第２次　１次関数と方程式 ……………………………６時間

・第３次　課題学習 ………………………………………２時間

4　指導上の立場

(1) 教材観

自然現象や社会現象を考察したり理解したりするためには関数的な見方や考え方を必要とする場面が多い。また，関数の学習を通して養われる関数的な見方や考え方は数学のこれかの学習において重要な役割を果たす。これを受けて，第１学年では，数量関係の基本的なモデルとして比例や反比例を学習するとともに，変化と対応，変数と変域，座標などの意味を学習している。第２学年では，基本的な関数関係として１次関数を取り上げ，変化の割合など関数の理解を深めていく。これらの学習を通して，関数関係について理解するとともに，関数関係を見いだし表現し考察する能力を養うことをねらいとしている。最終的な目標は，具体的な事象の中から１次関数を見いだし，その関数関係を利用して問題解決ができることである。

(2) 学力診断調査に基づく生徒の実態

$\boxed{1}$　ｙがｘの１次関数で次の表のような値をとっている。

このとき，表の空らんにあてはまる数を求めなさい。

x	－４	－２	０	２	４	６
y		－７		－１	２	５

達成率６２.０％

他の問題の達成率と比較して，この１次関数の意味を問う問題が低いとはいえないが，１次関数の基本でもあり，その意味においてこの達成率は問題であると考える。また，ｘが２ずつ増加していることやｙの値が負の数になるような問題設定であり，そういった点も誤答を多くしている原因であると考えられる。このことは，ｘが１ずつ増加するような場面，値が正の整数に限られた場合であると，一定の割合で増加しているかどうかなどということは，あまり意識して考えていないことにつながるのではなかろうか。

(3) 授業改善の視点と方法

(ア)今までの指導の問題点

「ｘの値が２倍，３倍となると，ｙの値も２倍，３倍となる」，「ｘを何倍かするとｙの値になる」という変化や対応の見方が捉えやすい比例と異なり，１次関数は生徒にとって捉えにくい。授業は，比例との違いが明らかになるような様々な事象を取り上げ，展開されることが多い。よく扱われる題材を見ると「水が入っている水そうに水を入れるとき，水を入れた時間と水面の高さ」や「つるまきばねにおもりをつるすとき，おもりの重さとばねの長さ」の例がある。確かに１次関数であることは捉えやすいが，調べなくても関係がつかめる点もあり，表面的な理解に終わってしまっていると考えられる。

また，表や式，グラフの関係を理解する場面においてもそれぞれの理解は十分であっても，３者の繋がりという点で不十分であったと考えられる。

(イ)新しい指導・数学的活動

導入段階では，あえて関係の捉えにくい「さおばかり」を題材とした。しかし，捉えにくいようで，表やグラフで考察することにより，比例との相違点や一定の割合で増加していく特徴などがわかりやすい。この指導では「さおばかり」という題材からスタートし，それを考察する場面で，表や式，グラフの３者の関係を総合的に理解できる。

また，今回の学習指導要領でも，これまでの「操作や実験などを通して」という表現から「観察，操作や実験を通して」になっているように，ますますこういった操作，実験，観察を伴う授業期待されている。ただ，活動中心に陥りやすいので工夫が必要である。この指導では，さおばかりを作って，分銅の重さと支点からの距離の関係を調べるのではなく，関係を予想させ，そのことを確認しようという形での授業展開は課題意識を高め，どうなるのだろうという数学的活動ができるように工夫している。

「さおばかり」は支点の位置により，ｙ＝ａｘ＋ｂのｂを正の数にも，０にも，負の数にも設定できる。今回の授業ではｘ＝０のときのｙの値が負の数になる驚きを生徒に感じさせるために，意図的に設定した。

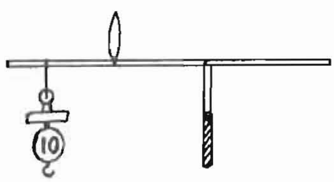
5　本時案

目　　標	・　他教科で培った力を意識しながら，「さおばかり」の製作，実験活動にすすんで取り組むことができる。 ・　二つの数量の間の関数関係を見いだし，表すことができる。 ・　実生活と関数との関連を知り，関数を身近なものとして捉えることができる。

学習活動	数学的活動への支援	評価基準
1　「さおばかり」を使っている映像を見る。	1　映像の中で「さおばかり」に注目させ，小学校で学習した「てこの原理」を使った道具であることを思い出させる。	
2　「さおばかり」と「てんびんばかり」の違いを見つける。	2　つり合うようにおもりを移動させて量る「さおばかり」とつり合うようにおもりを加えていく「てんびんばかり」の違いを確認する。	<u>関心・意欲</u> 経験をもとにすすんで考ようとしているか。
3　本時の学習内容を確認する。 (1) 本時の学習課題を知る。	3　「さおばかり」を作ることを通して，分銅のおもさと距離の関係を考察していくことを知らせる。	

学習課題

「さおばかり」の分銅の重さと，支点からの距離の間にはどのような関係があるだろう。

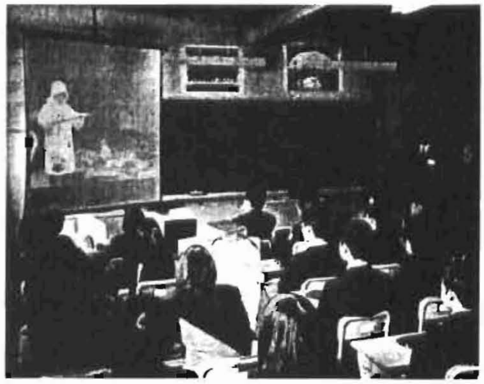


(2)　分銅の重さと支点からの距離の関係を予想する。	(2)　具体的な数値を示しながら，課題意識を高める。「10ｇのとき2.5cm，20ｇのとき何cmか？」「20ｇとき6ｃｍになった。30ｇのとき，何ｃｍか？」	<u>見方・考え方</u> 既知を生かして関係を予想できているか。
(3)　「さおばかり」を作り，予想を確かめる。	(3)　同じ実験結果になるように，クリップの位置，支点の位置を統一する。丁寧に実験に取り組むよう働きかけ，目盛りをつけるときの，目線にも注意させる。	<u>表現・処理</u> 関係を表やグラフに表すことができているか。
4　実験結果を表やグラフに表し，考察する。	4　表やグラフから，比例との相違点を明らかにする。	<u>知識・理解</u> 比例との相違点を具体的な事象と結びつけて理解しているか。
5　学習を振り返り，追求プリントにまとめをする。	5　日常の事象の中に数理を見いだすことのよさに気付かせ，実験，考察を振り返り，数学的な活動の楽しさを実感させたい。	

6　授業展開の実際と生徒の反応

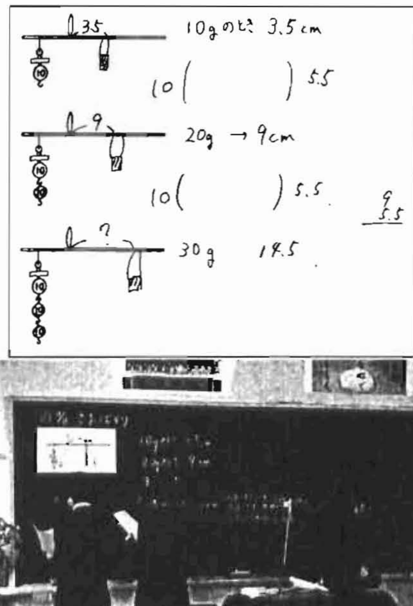
(1)「さおばかり」について知る。

「さおばかり」を知っている人と聞くと３分の１の生徒が知っていると答える。しかし，多くの生徒は「てんびんばかり」と勘違いしていることが多い。これから製作する「さおばかり」がどのようなものか，そしてどのように使うものなのか，実際の映像を見せながら説明する。



(2)「学習課題」をつかむ。

１次関数の導入の授業であり，全員の実験結果が同じになるように材料の重さや，支点の位置をそろえるようにした。実験にはいる前に，分銅の重さと支点からの距離の関係を予想させ課題意識を高める。



T：１０ｇの分銅をつけると，支点からの距離が３.５㎝になりました。２０ｇにすると何㎝になるだろうか。

S：７㎝（ほとんど反応はない）

T：２０ｇにすると９㎝になりました。

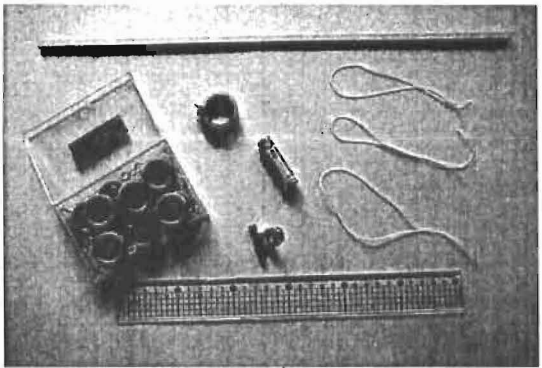
S：（少し意外な様子）

T：では，３０ｇのときは何㎝になるだろうか。

（どのように考えて３０ｇのときの距離を出したのかを大切にし，多様な反応を黒板で紹介する。どれが正しいかという視点ではなく，どのような考えのもとに距離を導いたかを重視する。）

(3)「さおばかり」を作り，予想を確かめる。

予想を確かめるために，実際に「さおばかり」を作り，分銅の重さと支点からの距離の関係を調べる。班での活動ではなく，一人一人が「さおばかり」を作り，実験をする。写真のような材料を生徒分用意しておき，袋に入れておく。



(4)　「さおばかり」を製作する活動

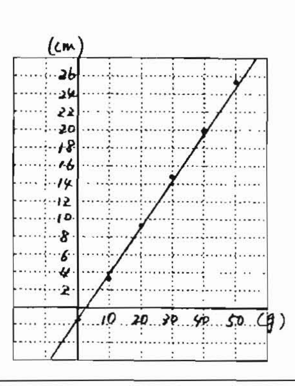
机間指導をする。ここからの活動は「さおばかり」を製作する活動と分銅と支点からの距離を調べる活動，得られたデータを考察する活動に分けられる。

「さおばかり」を製作する活動では，凧糸を棒や電池と結ぶところに苦労していた。部分的にテープを使って止めるようにアドバイスした。また，クリップや支点のひもの位置には十分注意するように声を掛けた。

(5)　分銅と支点からの距離を調べる活動

実験は個々にするが，席が班の形なので，得られたデータが異なるため戸惑う生徒が出てくる。班内で，各自の「さおばかり」を比較させて，違いはないか調べさせたり，距離を測る時の目線が一定になっているかを考えさせたりした。左手で「さおばかり」のひもを持ち，右手でおもりの位置を移動させる活動はなかなか難しいようである。距離を測定しやすいように，前もって棒に定規をあてて目盛りをつけるなど工夫する生徒もいた。実験に夢中になり，データを取ることが疎かになりがちなので注意した。

分銅の重さ(g)	10	20	30	40	50	60
支点からの距離(cm)	3.5	9.3	14.7	20	25.7	31.2
	5.8	5.4	5.3	5.7	5.5	



(6) 得られたデータを考察する活動

考察する時の視点として，既習の「比例との相違点」を中心に考察するように投げかけた。

生徒の反応は

○ 分銅が１０ｇずつ増えると，距離がだいたい５.５cm ずつ増える。

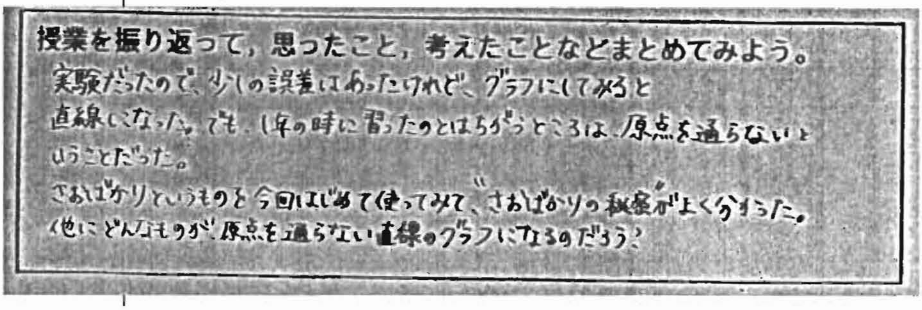
○ 分銅が０のとき，距離が０でない。

○ グラフの点が，だいたい直線になった。

実験データの処理については，理科等でも十分でなくグラフを折れ線で結んだり，原点を通るように直線を結んでいる生徒もいた。そこで，「分銅をつけなっかたらどこでつりあうかやってごらん」と問い直した。

(7) 学習のまとめ

授業を振り返り，思ったこと，考えたことなどワークシートに記入させた。



授業を振り返って，思ったこと，考えたことなどまとめてみよう。

実験だったので、少しの誤差はあったけれど、グラフにしてみると
直線になった。でも、1年の時に習ったのとはちがうところは、原点を通らないと
いうことだった。
さおばかりというものを今回はじめて使ってみて、"さおばかりの秘密"がよく分かった。
他にどんなものが、原点を通らない直線のグラフになるのだろう？

7 授業の考察

（1） 「さおばかり」を題材とした点

「さおばかり」の製作に時間がかかり，考察の時間が不足した。まとめや「身近なものの重さを量ってみよう」という活動は次の時間になってしまった。一定の割合で増加し，１０ｇで 5.5 ㎝増えるから，１０等分することによって，詳しく重さを量ることに気がついたり，グラフを延長することで分銅がないときの重りの位置を予想したりする意見が出て，深めることができた。

（2） 「観察，操作や実験」を取り入れた点

こういった活動が生徒を活発にさせることはよく報告されているが，活動中心にならないように，課題を意識を持たせながら取り組ませたので，数学的活動という視点からも評価できると思う。ただ，実験のデータ処理については，日頃理想化された数値ばかり処理している生徒にとっては，戸惑っていた。自然科学を担う教科として当然ではあるが，理科などとの指導とも連携して，指導していく必要性を感じた。

（大月　一泰）

1 単 元 名　一次関数　　（第２学年）
　題 材 名　一次関数

2 目　　標

・身のまわりの事象の２つの数量の関係に関心をもち，一次関数の関係を見いだそうとする。
・一次関数について，式や表，グラフからその特徴を考察することができる。
・一次関数について，その関係を式で表したり，変化の割合を求めたりすることができる。
・一次関数の変化の特徴，グラフの特徴を理解する。

3 指導計画と本時の位置づけ

第１次　一次関数……………………………10時間
　　関数　…………………１時間
　　一次関数…………………２時間（本時は第１時）
　　一次関数の値の変化…………１時間
　　一次関数のグラフ…………４時間
　　一次関数を求めること………２時間

第２次　一次関数と方程式・・・・・・・・・・・・・・６時間

4 指導上の立場
（1）教材観

１年で比例，反比例を学んできたのを受けて，関数を定義し，一次関数を導入していく。導入では，日常の事象の中から一次関数ととらえることができるものを取り扱い，関数に親しみを持って学習させたい。線香を使った実験では，線香が燃えて次第に長さが短くなっていくことから，グラフが原点を通らない右下がりの直線になり，表においても一定の割合で線香の長さが減っていることがよく分かるため，生徒が時間と線香の残りの長さの変化の関係をつかみやすいと考えた。

（2）学力診断調査に基づく生徒の実態

1 ｙがｘの一次関数で次の表のような値をとっている。このとき，表の空らんにあてはまる数を求めなさい。

x	－４	－２	0	2	4	6
y	①	－７	②	－１	2	5

・・・達成率 ① ６４.３％，② ６７.７％

7 図形の周上を点が移動するという一次関数の応用問題
（１） ｙをｘの式で表現する問題・・・達成率５７.３％
（２）（１）の式のｘに比例する部分と，定数の部分がそれぞれどのような量を表しているかを問う問題。

・ｘに比例する部分　・・・・・・達成率１４.１％
（無答３８.７％）
・定数の部分　・・・・・・達成率２０.９％
（無答４５.９％）

$\boxed{1}$の問題は一次関数のｘとｙの値の変化に関する問題で，達成率が①６４.３％，②６７.７％である。他の問題と比較しても低い値であるとは言えないが，ｘとｙが刻々と変化していくという横の関係が意識されれば，まだまだ達成率は上がると考えられる。

$\boxed{7}$の（１）は式表現の問題。（２）はｘに比例する部分と定数の部分の意味を問う問題。いずれも達成率は低い。特に（２）では無答が４０％を超えている。このことから定数の部分と比例する部分の意味を実感させたり，それらの関係を理解させることが大切であるとともに，表・式・グラフの連携をさせることが必要であると考える。

（３）授業改善の視点と方法

①今までの指導の問題点

関数の導入の方法としていろいろな方法があるが，生徒は表・式・グラフの関連がなかなかうまく結びつかないので，それらがすっきりと理解できる方法が導入では大切と考えた。ブラックボックスを利用する方法もあるが，この方法では関数の概念は理解できるかもしれないが，ｘとｙが変化していく様子や，それらが実際に日常ではどこに存在しているのか，また，表・式・グラフはどのように関連しているのか，などが分かりにくいという欠点が考えられる。

②新しい指導・数学的活動

実験をさせることで，関数が自分たちの身の回りにたくさん存在することをとにかく実感させたい。今回関数の導入では線香の実験を取り入れた。実験では誤差も出やすいが，線香の残りの長さをグラフ用紙に表していくと，グラフはきれいに右下がりの直線になる。

そのため，グラフに表すことで直観的に関数の関係を実感させることができる。また，時間をｘ，残りの線香の長さをｙとしているので，ｘが増えればｙがそれにともなって減っていく。ｘとｙが刻々と変化し，それを表にすることで，ｘとｙの横の関係を意識させたい。さらに，その関係を式にさせることで，式の定数の部分が初めの線香の長さであり，比例する部分が線香が一定の割合で燃えていっていることを表しているということを実感させたい。また，１年生で学習した比例と比較することで一次関数と比例の違いや，一次関数そのものについての理解を深めさせたい。

5　本時案（第1次　第2時）

目　標	線香を使った実験をすることで，具体的な事象の中から一次関数を見いだし，表や式に表すことができる。

学習活動	数学的活動への支援	評価基準
1　本時の学習課題を知る。		
$\boxed{\text{学習課題}}$　線香を燃やすとき，燃やした時間と残りの線香の長さの間には，どのような関係があるだろうか。		
2　説明を聞き，実験を行う。	2 (1) 実験は20分間行う。残りの線香の長さを2分ごとに測り，グラフ用紙に記入させる。 (2) 実験は2人組で行い，誤差を少なくするために，途中で息を吹きかけたり，線香の火を消したりしないように注意させる。 (3) グラフを見て，直観的にどのような関係になっているのか考えさせる。	関心・意欲・態度 2人組で協力しながら積極的に実験を行っているか。
3　グラフを元に表を作る。	3　グラフから表を作らせ，グラフと表を見て，気がついたことをできるだけ多く挙げさせる。	見方・考え方 いろいろな考え方ができているか。
4　実験の結果を利用し，線香の燃えた長さについて表を作る。	4 (1) 実験の結果を利用して，線香の燃えた長さについての表を作らせ，グラフにも点を取らせ，最初のグラフとの違いに着目させる。 (2) グラフと表を見て，気がついたことを挙げさせる。	知識・理解 比例の関係になっていることに気付くか。
5　表をもとに式を立てる。	5 (1) データにばらつきがあることから，どのようにすれば，式が作れるかを考えさせ，だいたい何cmずつ減っているか，平均をとるように助言をする。 (2) 先に時間と線香の燃えた長さについて，式を立てさせる。次に時間と線香の残りの長さについて式を立てさせる。 (3) 残りの長さについては，線香の長さが減ることから，xの係数を負の数にすればいいことに気付かせたい。	表現・処理 比例の式が立てられているか。 表現・処理 比例の式を参考に立式ができているか。
6　本時のまとめをする。		

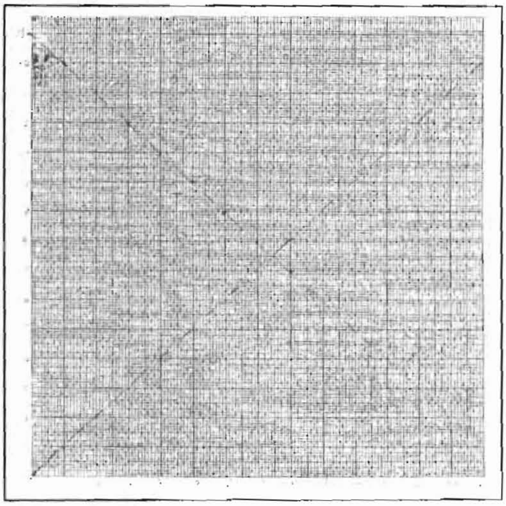
6　授業展開の実際と生徒の反応

（１）本時の課題と実験の手順を知る。

「今日は実験をします。」と言うと，「やったー，実験って好きなんだよなあ。」という声が上がり，全員やる気で実験に取り組めた。となりの人と２人組で時計係と線香係の２つに役割分担させ，それぞれ説明をして実験開始。

（２）線香を使って実験を行う。

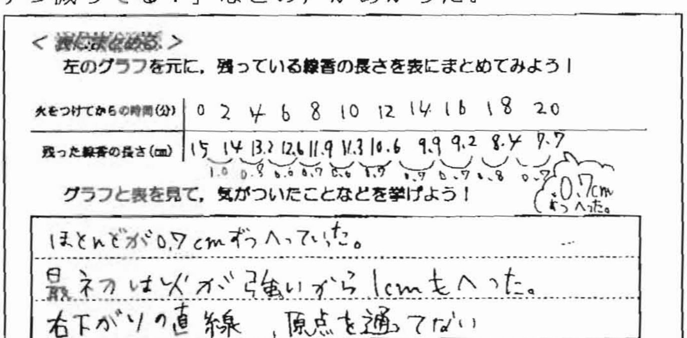
教室内で線香を燃やすため，どうしても窓を開けなければならなかったので，風がある日に実験を行ったクラスでは，どうしても誤差の出るグループが多かったが，だいたいどのグループでも実験をしていくうちに「直線になりそうだ。」という声が聞こえた。しかし，グラフが右下がりの直線になることから，「これはどんな関係？」と聞くと，「反比例！」という答えが多く返ってきた。どうも次第に増えるのが比例で，次第に減るのが反比例であるという勘違いがあるようだ。これは反比例というものの意味や，それが日常の中にどう存在するのかはっきりととらえられていないことが原因と思われる。



実験は２０分間で終了。全部燃え切らないうちに終わらせ，次時に燃え尽きる時間を式を使って求めさせるためである。途中で線香の火が消えるグループもあったが，ほとんどのグループがきれいな右下がりの直線になった。(グラフは右上のグラフで右下がりの方)

（３）グラフを元に表を作る。

グラフを元に目盛りを読ませ，表にさせた。２分ごとの表にしたのは，１分間隔では忙しすぎるのと，次時に変化の割合を考えさせるためである。表を作っていくうちに，「減り方がばらばらだ。」，「同じ長さずつ減ってる！」などの声があがった。



< 表にまとめる >

左のグラフを元に，残っている線香の長さを表にまとめてみよう！

火をつけてからの時間(分)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
残った線香の長さ(cm)	15	14	13.2	12.6	11.9	11.3	10.6	9.9	9.2	8.4	7.7

1.0　0.8　0.6　0.7　0.6　0.7　0.7　0.7　0.8　0.7

0.7cm ずつへった。

グラフと表を見て，気がついたことなどを挙げよう！

ほとんどが0.7cmずつへっていった。

最初は火が強いから1cmもへった。

右下がりの直線，原点を通ってない

グラフ・表をもとに，気付いたことを書かせると，１年生の比例で学習した「右下がり」，「減り方が一定」などの意見が出た。

(4) 実験の結果を利用し，線香の燃えた長さについて表を作る。

次に実験の結果をもとに，「今度は燃えた長さを表にしてみよう。」というと，生徒たちは黙々と作業をした。

表をもとにグラフも書かせて「これは何の関係？」と尋ねると，これは「比例！」という答えが多く返ってきた。「これが比例になるっていうのはどうして？」と聞くと,「原点を通る」「直線」などの答えが返ってきた（グラフで右上がりの方）ので,「じゃあ，さっきのグラフは直線だけど，反比例だったっけ？」と尋ねて，反比例でないことを確認させ，原点を通らないから比例でもないことも確認し，原点を通らない直線になるということから，これは今まで学習したことがない関係なんだということを改めて認識させた。

《視点を変えてみる！》

今度は左のグラフを元に，火をつけてからの時間とろうそくの燃えた長さを表にまとめてみよう！

火をつけてからの時間(分)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
線香の燃えた長さ (cm)	0	1.0	1.8	2.4	3.1	3.7	4.4	5.1	5.8	6.6	7.3

グラフと表からどんなことに気がつくだろう？

原点を通る直線になる

正比例になる

(5) 表をもとに式を立てる。

ここでチャイムが鳴り，以降は次の時間に持ち越した。

まず，プリントの表を元に，線香の長さの変化の平均をとらせた。（前ページの写真の生徒は，表のところに「0.7cmずつ減った」と大きく書いてある。）

正比例の式の方が生徒は立てやすいので，上の写真の線香の燃えた長さについての表を元に，式を立てさせた。ほとんどの生徒が最初はxが2ずつ増えている事に気付かず式を立てていた。下の写真の生徒も，はじめはy＝0.7xとしていたが,「大事な何かを見落としてるなあ。」というと，そのうち気付く生徒も出てきた。後でこれを変化の割合ということにつなげていく。

＜式を立てよう＞ 火をつけてからの時間をx分として，

① 4の表から式を立ててみよう。

線香の燃えた長さをycmとすると，

$y = 0.35x$

0.7cmずつふえた
2分間で0.7cm
1分間で0.35cm

② 2の表から式を立ててみよう。

線香の残った長さをycmとすると，

$y = 15 - 0.35x$

正比例の式を元に，上のプリントの②でいよいよ一次関数の式を立てさせた。今度は線香の残った長さがycmとすることに気をつけるよう助言するが，どうもピンとこないようなので，「ということはさっきの逆で今度は減ってるんだよなあ」と言うと，

ｙ＝－０.３５ｘとする生徒が出てきた。「それじゃあ，正比例になってしまうよなあ，何か忘れてるなあ。」と言うと,「そうか，最初は線香が１５㎝だった！」と気付く生徒が出てきた。そこでグラフが原点を通らず最初は１５㎝のところから始まっていたことにも注意させながら，式 ｙ＝１５－０.３５ｘを完成させた。

正比例と一次関数ではｙの値のスタート地点(つまり切片)が違い，それがグラフ・表・式にあらわれていることを，あらためて比較しながら確認した。

この実験を行った後，グラフや式の学習においてもことあるごとにこの実験を思い出させることで，理解の手助けになったように思う。

線香を燃やしていくと，時間とともに線香の長さが減っていっていることがグラフにあらわれるという単純な実験ではあるが，直線になるんじゃないかと予想していた生徒も，実際に燃えた様子がグラフに直線としてあらわれたときには，驚きの声があがった。また，直線になったことから比例だと予想したことが，実際には一次関数なんだということも意外だったようで，十分にインパクトのある実験だったと思う。

また，その後の学習で，表から式を立てる問題などにおいては，表を横に見てｘとｙの変化の関係を意識させることができたと思う。また，変化の割合が，ｘの値が１増えたときのｙの増加量であるということの理由にも実験後に式を立てたことが役に立っていると思われる。グラフをかく場面では切片が式のｂの値に一致していることも生徒は理解しやすかったと思う。

(６) 本時のまとめをする。

また，実験となると数学の苦手な生徒も意欲的に取り組めたことも良かったと思う。実験後の考察もペアのクラスメートと一緒に答えを相談しながら粘り強く取り組めていた。各グループごとにデータが違うため，黒板では代表の生徒のデータをいくつか紹介しながら授業を行った。

７ 授業の考察

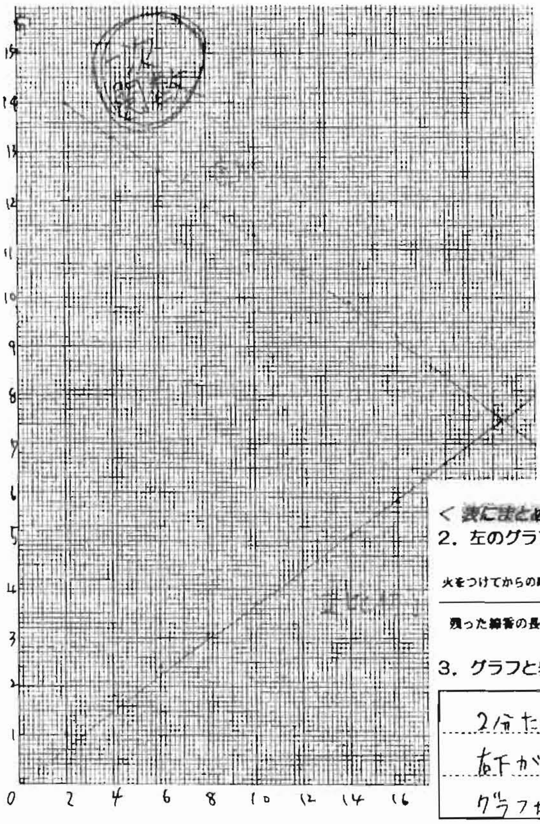
ただ，実験なのでどうしても誤差が出やすく，線香の減り方については式を立てさせるために平均をとらせたので，式を立ててもそれが本当に表にあっているのかを計算で実感させることができなかった。比較的うまくいっている生徒のデータから１つ取り出して，全員がそのデータの式を作ったりした方がかえって分かりやすかったのかもしれないが，自分のデータを大切にさせることにした。また，切片を最初の線香の長さから１５にしたことは，最初の２分間の線香の燃える量が多かったために問題があったように思う。このあたりは今後の課題である。

生徒は表・式・グラフの関連となると難しいようで，その辺りを

補うためにこの授業の後，別の設定で比例と一次関数を比較しながら，表・式・グラフを関連させるような授業を行った。関数そのものが生徒には理解しにくいもののようであるが，日常生活の中に関数と捉えられるものが，たくさん存在していることを今後も生徒に実感させていきたいと考えている。

（宇津見　雅英）

（授業プリント）



＜表にまとめる＞

2．左のグラフを元に，残っている線香の長さを表にまとめてみよう！

火をつけてからの時間（分）	0	2	4	6	8	10	12	14	16
残った線香の長さ（cm）	15	14	13	12	11	10	9	8	7

3．グラフと表を見て，気がついたことなどを挙げよう！

2分たつごとに1cmづつ減った

右下がりのグラフ

グラフが比例ではない。原点を通っていない。

《視点を変えてみる！》

4．，今度は左のグラフを元に，火をつけてからの時間とろうそくの燃えた長さを表にまとめてみよう！

火をつけてからの時間（分）	0	2	4	6	8	10	12	14	16
線香の燃えた長さ（cm）	0	1	2	3	4	5	6	7	8

5．グラフと表からどんなことに気がつくだろう？

右上がりのグラフ．2分たつごとに1cm燃えた

正比例のグラフになっている．

6．＜式を立てよう＞　火をつけてからの時間をx分として，

① 4の表から式を立ててみよう。

線香の燃えた長さをycmとすると，

$y = 0.5x$　（正比例）

② 2の表から式を立ててみよう。

線香の残った長さをycmとすると，

$y = 15 - 0.5x$　（一次関数）

1 単 元 名 一次関数 （第２学年）

題 材 名 方程式 ａｘ＋ｂｙ＝ｃのグラフ

2 目 標

・ 具体的な事象の中から数量を取り出し，関数関係を考察し，関数の考えを意欲的に問題解決に活用しようとする。
・ 変化や対応についての見方や考え方を深めるとともに，事象を数理的にとらえ見通しを持ち論理的に考察することができる。
・ 数量の関係をグラフなどに表し処理したり，関数関係を的確に表現したりして，問題解決に１次関数を利用することができる。
・ １次関数の意味，変化の割合とグラフの特徴，問題解決への利用の仕方を理解することができる。

3 指導計画と本時の位置付け

第１次 一次関数 ・・・・・２時間
第２次 一次関数のグラフ ・・・・・４時間
第３次 一次関数の式を求めること ・・・・・３時間
第４次 方程式とグラフ ・・・・・３時間
方程式 ａｘ＋ｂｙ＝ｃのグラフ・・(本時はその第１時)
第５次 一次関数の利用 ・・・・・４時間
問題 ・・・・・２時間
列車のダイヤグラム

4 指導上の立場

（１）教材観

本単元では，変化や対応についての見方や考え方をいっそう深めるとともに，事象の中から一次関数を見いだし，これを用いることができるようにする。指導にあたっては第１学年で学習した比例との関連にふれたり，一次関数と一次関数ではないものにふれることを通して一次関数の理解を深めるようにしたい。また，連立方程式との関連や日常生活の中で一次関数が生かされている場面にふれながら，一次関数のよさを感じさせたい。

（２）学力診断に基づく生徒の実態

5 次の一次関数のグラフをかきなさい。
ｙ＝２ｘ－１のグラフ・・・・達成率 74.6％
ｙ＝－２ｘ＋３のグラフ・・・達成率 73.1％

6 次の条件を満たす一次関数の式を求めなさい。
（１） ｘ＝５のとき，ｙ＝３で，ｘが５増加すると，ｙは２増加する。
達成率 41.4％
（２）グラフが２点（２，３），（－５，－１１）を通る。
達成率 51.1％
（３）グラフが点（1，－2）を通り，直線ｙ＝－３ｘに平行である。
達成率 48.9％

(3) 授業改善の視点と方法 今までの指導の問題点	これらのことから，一次関数の式をグラフにあらわすことはできているが，与えられた条件からその関係を式に表すことについては苦手であることがうかがえる。$\boxed{6}$ (1)のように変化の割合をことばで表現されると，生徒はグラフの様子をとらえにくい。また，(3)のように２つのグラフが平行であることとグラフの傾きが等しいこと，式ではｙ＝ａｘ＋ｂのａの値が等しいこととが同じこととして生徒はとらえられていない。(2)では，簡単にグラフをかいて傾きを求め，ｘとｙの値を式に代入して切片を決める方法と，ｙ＝ａｘ＋ｂという方程式にｘ，ｙの値を代入して関係式を求める方法がある。生徒の多くは後者の求め方を使う傾向がある。この計算方法を忘れていたり，覚えていても計算間違いをし，その誤りに気がつかないということも多くあるように見られる。前者の方法であれば，傾きについて大きく間違えることは少なく，誤りに気づく可能性があると思われる。指導のしかたにもよるが，生徒にうけない方法でも，まちがいにくい方法を根気強く教えていくべきではないだろうか。
新しい指導	上記のとおり，一次関数の学習を通して，そのグラフをかくことはできるが，与えられた条件から一次関数の式に表すことは苦手であるととらえられる。一次関数についてグラフと式表示とことばによる表現とが一体となって，関連づけられてとらえられていないことに問題があると考える。また，指導したときには問題を解くことができても，学習後期間を経て同じ問題を解くと正答率が下がったりする。それは問題を解決しているのではなく，問題解決をする方法を覚えてそれを使って解いているからだと考える。覚えていたことを忘れてしまえば，問題を解くことはできなくなるのである。しかし，意味を理解していれば解く方法は忘れても，問題を解く糸口をつかみ，解くことができるのではないかと考える。つまり，式・ことば・グラフによる３つの表現の仕方を個別に習った後，それらをつなぐということがなされなかったことに問題があると思う。また，かいてあるグラフをことばで表現したり，式をことばで表現してみたりということも加えて指導していくと知識がより生きたものとなると思う。 そこで，方程式のグラフをかくことを通して，グラフと式表示の関連に対する認識を深める。そのために，教科書ではあまりふれられない，ｙについて解くとグラフの切片が分数になるような方程式を与えて，そのグラフをかくことを通してグラフや式表現などの理解が深まるような指導をしたい。

5　本時案（方程式とグラフ　第１時）

目　標	方程式のグラフをかくことを通して，式表示との関連の理解を深める。 グラフをことばによる表現をすることによって，グラフを書くことと式表示と言葉による表現の理解を深める。

学習活動	数学的活動への支援	評価基準
1　本時の課題をつかむ	1　課題を提示し，グラフ用紙を配る。 方程式ｘ－４ｙ＝２のグラフをかきなさい。また，どうやってかけばよいか説明しなさい。	表現・処理 任意の２点を決めてグラフをかこうとしているか。
2　ひとり一人がグラフをかく。	2　グラフをかこうとしているかどうか見ながら机間指導をする。かいている生徒にはそのかき方の説明を書くように促す。また，別の書き方はないかと示唆して，考えるように促す。	表現・処理 グラフのかき方の説明ができているか。
3　班で説明をしあう。	3　班で説明ができているか，班員は説明を聞いているか，などについて確認し，援助する。発言を記録するようにさせる。	数学的な考え方 グラフのかき方を班で説明をしたり，自分の説明と照らし合わせたりしているか。
4　全員がグラフをかく。	4　それぞれの班で全員がかき方を理解しているか確認する。	
5　班の代表がクラス全体に発表する。	5　生徒が説明を聞いているか確認する。	
6　グラフのかき方のまとめをする。	6　グラフが通る点をさがしたり，グラフの傾きを使ったりしてグラフをかくことを確認する。	知識・理解 グラフのかき方をとらえているか。
7　練習問題をする。	1　次の方程式のグラフをかきなさい。 （1）ｘ＋２ｙ＝５　（2）ｘ－２ｙ＝１ 2　1のグラフのかき方をことばで説明してみよう。	

6　授業展開の実際と生徒の反応

（1）本時の課題をつかむ。

方程式

$\chi-4y=2$

のグラフをかきなさい。また，どうやってかけばよいか説明しなさい。

生徒は，

$$y=\frac{1}{4}\chi-\frac{1}{2}$$

のようにyについて解いてグラフをかこうとするが，今まで知っている方法（グラフの切片と傾きを使ってかく）ではグラフをかくことはできないことに気づく。

指導要領では，基礎・基本を原則としているので，本時の課題のようなグラフは教科書では扱わないことが多い。しかし，生徒が，どうすればうまくグラフがかけるかについて考えなくてはならないような場面を作れば，グラフに対する理解が深まると考える。

T　さあ，グラフをかいてみよう。どうしたらよかったかな。

C　yについて解く。

T　そうだったな。

・・・・

C　先生，グラフの切片が分数になるからむずかしいです。

T　どうしたらうまくかけるかな。ひとり一人工夫してかいてみよう。

（2）ひとり一人がグラフをかく。

グラフが通る2点を見つけたりグラフの傾きを使ったりすれば，グラフをかくことができることを理解させる。

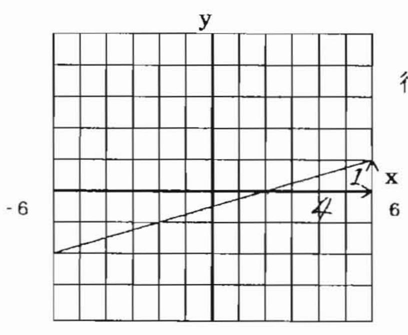
指導のポイント

グラフの2点の座標が与えられたとき，そのグラフの式を求めたことを思い出させたり，2点を決めると直線が1本に決まることを思い出させたりする。

・任意の2点を見つけて〔点(－2，－1)，(2，0)，(6，1)など〕かこうとする。

・x切片（2，0）を見つけて，傾きを使ってかこうとする。

・表を作ってx，yともに整数になるものをさがす。



点(2，0)を通り，右へ4行って，上へ1あがる。

（3）班で説明をしあう。	どうすればグラフが通る2点を見つけることができるか，グループごとに意見を出し合う。ねらいは一次関数の式表現とグラフのかき方とグラフをことばで表すことを通して理解を深めることにあるので，深入りはしないが，独創的な方法が生徒から出されればそれに越したことはない。生徒はすべての場面でうまく解決する方法を思いつくかどうかわからない。
（4）班の代表がクラス全体に発表する。	他の班の発表をよく聞き，自分たちのかき方と比較する。 T　では，各班で説明し合って，これが一番わかりやすいと思った方法を代表の人が発表してください。 C　1班では，2点（2，0）と（6，1）をとってグラフをかきました。 T　2点の座標はどうやって求めましたか。 C　xに適当な数を入れて，yが整数になるものを選びました。 C　yを0から1に変えました。 T　うん。おもしろいねぇ。いつもはxを変えていくのに，どうしてyを変えていくことにしたのかな？ C　xではうまくいかなかったので，そうしました。 T　いい発想の転換だね。 ・ ・
（5）うまくかけるか，練習問題1で試してみる。	（4）の意見などを参考にしてグラフをかかせてみる。
（6）練習問題2でグラフをことばで説明する問題を解くことを通して式，グラフやことばによる表現の一体化を図る	かいたグラフをことばで表現することを通して，一次関数に対する理解をより一層深めさせ，多くの生徒にある一次関数に対する苦手意識を払拭させたい。ことばから式へ，式からグラフへ，グラフから式へ，などスムーズにできるようになるためにはことばで表現するということを見落としがちであるように思われる。この点を強調したい。

7　授業の考察

（1）条件を満たす一次関数の式を求めることについて

私の拙い経験から申せば，この課題は生徒にとっては内容的に高度なことだと感じられ難しい問題だと思うのが現実だと思う。しかしながら，ある条件が与えられて一次関数の式を求めるという授業をしたときにはそのことを理解して，問題を解くことができるようになっている生徒が多かったと思われる。ところが，少し時間が経つと解けなくなっていることが多かった。このことの原因は何であるかについて考えてみた。まず，ドリルの不足そして，理解の不足である。前者のドリルの不足については，現行の学習指導要領では週あたり３時間となっているので，補うのは宿題の他にないのではないかと思う。後者については，考慮の余地があると思っている。それは，式をもとにしてグラフをかくことと，与えられた条件から式を求めることとグラフからいろいろなことを読みとることとが一体となっていないことが原因であると考えられる。そこで前述のような授業を提案することにした。一見すると，問題が難しく，やらなくてもよいと考えられるかもしれないが，私はそうは思わない。それは現在の指導要領の基礎・基本の定着ということから，基礎・基本が定着していないのに難しいことはやらなくてよいと解釈しているからだと考える。振り返ってみると数学の現代化の頃にはもっと難しい問題を解いたり，より多くの問題を解くことによって知識が定着し，理解が深まったように思う。しかし，与えられる時間が減ったのだから（内容は厳選されているが），より効果的な方法で授業しなければならないと思う。また，その内容が難しいからといって避けるのではなく，生徒の知識を定着させ，理解を助けるものであれば少し難しいくらいであってもよいのではないかと考える。

（2）意見を出し合う授業について

数学の授業は，概念の説明の後，問題を解くことを通して概念などについて理解を深める形式がとられる。このとき，問題を一人一人で解き，その後先生の説明を聞くということが多いのではないだろうか。これではせっかく解いても得るものは少ないのではないかと思う。

そこで，一人からグループへ，グループからクラスへ，クラスから一人へと集団を使って授業をする方が深まると思い，提案した。また，時間が経った後問題を解くことができなくなるのは，多くの生徒が解き方を覚えようとすることにも原因がある。覚えるのならば徹底的にドリルをする必要があると思うが，その時間は約束されているとは言い難い。そこで解き方を覚えるのではなく，どのように考えたらよいのかについて深められるような問題とそれを解く方法を体得できるようにしてみたつもりである。しかし，生徒にとっては問題が難しいと感じられたり，グループやクラスでの発表に対して少し戸惑いが見られることもあった。しかしながら，反応はおおむね良好であり，一人一人の一次関数に対する理解は深まったと思う。もう少し話し合いができるような土壌を培う必要性も感じた。

（秋山　真）

1　単元名　**一次関数（第２学年）**

題材名　一次関数の式を求めること

2　目標

・いろいろな事象の中には，一次関数としてとらえられるものがあることに関心をもとうとする

・一次関数としてとらえられる事象について，変化や対応についての見方を深めようとする

・一次関数を式，表，グラフに表すことができる

・一次関数やそのグラフの特徴について説明することができる

3　指導計画と本時の位置づけ

第１次　一次関数　・・・・・・・・・・・２時間

第２次　一次関数のグラフ　・・・・・・・４時間

第３次　一次関数の式を求めること　・・３時間（本時は第２時）

第４次　方程式とグラフ　・・・・・・・・３時間

第５次　一次関数の利用　・・・・・・・・４時間

4　指導上の立場

（１）教材観

一次関数は比例を拡張したものであることを知らせるとともに，身のまわりにある事象の中から，一次関数であるものと一次関数でないものを取り上げながら一次関数を明確にしていくことが大切である。

（２）学力診断に基づく生徒の実態

一次関数に関するグラフの表現力はおおむね高いが，式による表現力は低い。

> 5　次の一次関数のグラフをかきなさい
>
> （１）ｙ＝２ｘ－１　　　（２）ｙ＝－２ｘ＋３

…一次関数に関する表現・処理能力の達成度を診断評価する問題

> 6　次の条件を満たす一次関数の式を求めなさい。
>
> （１）ｘ＝５の時，ｙ＝３で，ｘが５増加すると，ｙは２増加する。
>
> （２）グラフが２点（２，３），（－５，－１１）を通る。
>
> （３）グラフが点（１，－２）を通り，直線ｙ＝－３ｘに平行である。

…一次関数を式表示する力の達成度を診断評価する問題

5，6の達成率

5		6		
（１）	（２）	（１）	（２）	（３）
７４．６	７３．１	４１．４	５１．１	４８．９

グラフから傾きと切片を読みとり式を求めることは，ほとんどの生徒ができるようになっている。しかし，$\boxed{6}$のように，傾きと切片が直接わからず，しかも文章だけで出題されていると，半数の生徒がつまずいてしまっている。この原因は，生徒が問題の文章の中から一次関数の式を求めるための「条件」をうまく見つけ整理することができないこと，そして，見通しをうまく立てることができないことである。これに対して，つまずいていない生徒は，「xが5増加すると，yは2増加する」ということから「条件」の1つである「傾きが$\frac{2}{5}$」をすぐにイメージすることができている。そして，足らない「条件」は「切片」なのだから，次にどう処理すればよいのか見通しを立てることができていた。

（3）授業改善の視点と方法

①今までの指導の問題点

授業で$\boxed{6}$のような問題を扱うとき，こちらから解決方法を与えて，それを処理することに重点を置いて指導してきた。そのため，生徒はパターンを覚えることに目がいってしまっていたように思われる。この結果，この問題を解くとき，イメージを持って取りかかることができない生徒が多かった。

②新しい指導・数学的活動

これまでの反省から，この内容を授業で扱うとき，次のことに留意することにした。

○一次関数の特徴をイメージさせるものとして，グラフの果たす役割は大きい。そこで，問題を解いていくとき常にグラフと関連させて考えるようにさせる。

○一次関数の式を求めるために，方程式をつくり計算していくことの必要性を感じさせる。

一次関数を計算で求めることの必要性を感じさせるために，切片が整数の場合と分数の場合の2つの問題を与えた。こうすることで，グラフをかくと，傾きと切片がすぐ解るが，切片が分数の場合はグラフでは切片を求めることができないことに気づく。

また，解くための見通しをもたせるために，グラフにきちんと表していくことにした。こうすることで，生徒は与えられた条件が何を表しているのか視覚的に知ることができ，問題を解くときに頭の中でイメージされるようになるのではないかと考えた。

5　本時案（第３次　第２時）

目　　標	○与えられた条件から，グラフを意識しながら一次関数の式を求めることができる。 ○一次関数の式を計算で求めることの必要性に気づく。

学習活動	数学的活動への支援	評価基準
1　課題を知る。	問１ ｘ＝３のとき，ｙ＝４で，ｘが３増加すると，ｙは２増加する一次関数のグラフをかき，式を求めなさい。 問２ ｘ＝２のとき，ｙ＝３で，ｘが３増加すると，ｙが４増加する一次関数のグラフをかき，式を求めなさい。	
2　グラフから一次関数の式を求める。	○ｘ＝□のとき，ｙ＝□という条件を座標にとるとどうなるか考えさせる。 ○ｘ，ｙの増加をグラフに表したらどうなるかを確認し,傾きはどうなるか考えさせる。	
3　方程式を利用して一次関数の式を求める。	○問２では，グラフから切片を求めることができないことを確認する。 ○グラフの良い所，悪い所を考えさせる ・（１）のような問題では，グラフからすぐに切片を求めることができる ・（２）のような問題では，グラフからはだいたいの値しか求めることができない。 ○切片をｂとして，方程式を作ればよいことを確認する。	<u>見方や考え方</u> 一次関数の式を計算で求めることの意味を考えることができる
4　練習問題をする。	○グラフをかかずに求めるようにさせる。	<u>知識・理解</u> 一次関数の式を，計算によって求める方法を理解しているか
5　まとめ	○方程式を使って一次関数の式を求めることができることを確認する。	

6　授業展開の実際と生徒の反応

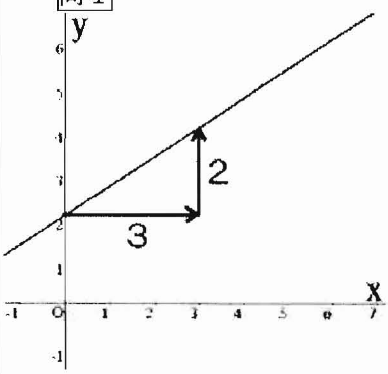
（1）課題を知る。

一次関数の式を求める問題であるが，グラフ用紙にきちんとしたグラフをかかせるようにした。そのため，x，yの増加量から傾きをすぐに求めることができていた。このようにグラフをかかせる作業をさせることで，言葉で書かれた条件を，常に頭の中でグラフに置き換えて考えようとする態度が生まれてきていたようだ。

（2）グラフから一次関数の式を求める。

グラフから式を求めることは前時に学習しており，問1は，ほとんどの生徒がグラフに表し，式を求めることができた。

問1



解）傾きは$\frac{2}{3}$で，

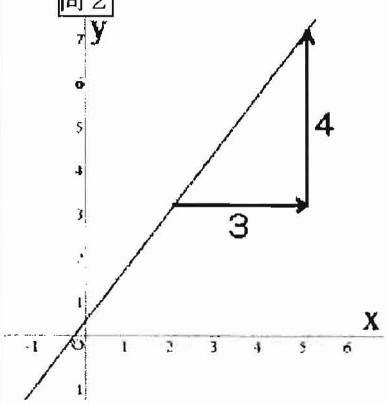
切片は2となる。

よって，求める一次関数の式は，$y=\frac{2}{3}x+2$

（3）方程式を利用して一次関数の式を求める。

問2の問題では，切片の目盛りを読みとることができないので，ここで初めて計算で求めることの必要性が出てくる。生徒はグラフからはこれ以上求めることができないことを知り，他の求め方を探そうとする。そこで，方程式を作り計算で求める方法を知らせる。

問2



解）傾きは$\frac{4}{3}$となる。

求める一次関数の式を

$y=\frac{4}{3}x+b$とする。

$x=2$のとき$y=3$なので

$3=\frac{4}{3}\times 2+b$　　$b=\frac{1}{3}$

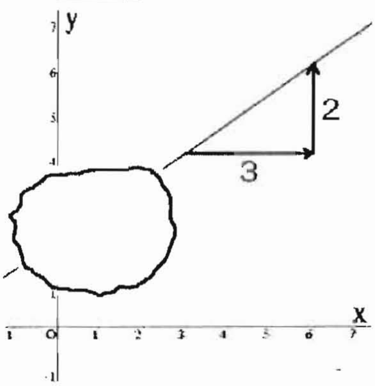
よって，求める一次関数の式は，　$y=\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$

（4）練習問題をする。

練習問題では，グラフ用紙にかかないで頭の中でイメージしながら求めていくようにさせた。なかなか取り組めない生徒に対しては，グラフ用紙に破れた部分をかいて式を求めさせた。

＜練習問題の例＞

練習1



左のように，グラフの一部か破れてしまいました。この直線の式を求めなさい。

解）傾きは$\frac{2}{3}$となる。

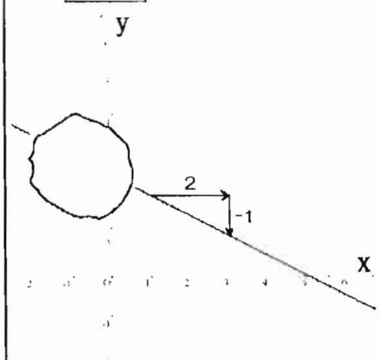
求める一次関数の式を

$y=\frac{2}{3}x+b$とする

$x=3$のとき$y=4$なので，　$4=\frac{2}{3}\times 3+b$　　$b=2$

よって，求める一次関数の式は，　　$y=\frac{2}{3}x+2$

練習2



左のように，グラフの一部が破れてしまいました。この直線の式を求めなさい。

解）傾きは$-\frac{1}{2}$となる。

求める一次関数の式を

$y=-\frac{1}{2}x+b$とする

$x=3$のとき$y=1$なので，　$1=-\frac{1}{2}\times 3+b$　$b=\frac{5}{2}$

よって，求める一次関数の式は，　　$y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$

（5）まとめ

方程式を作り一次関数の式を計算で求める方法についてまとめる。

7　授業の考察

今までは$\boxed{6}$のような問題は，パターンにあてはめて解くものという固定観念が教師側にあり，そのため生徒も解き方を覚えることが学習の中心であった。そのため，なぜそのようにして解くのかという意味が置き去りにされて，取りかかりにくい問題になっていたように思われる。そこで，今回の取り組みでは，次の２点を工夫した授業を考えた。

まず１つ目は，取りかかりやすくするために，グラフに表す作業を入れた。言葉で表されている条件がグラフ用紙にどのように表されるか確認していくことで，生徒は式を求める見通しを立てることができていたようだ。グラフに表す作業やグラフから式を求める作業はほとんどの生徒ができており，効果的であった。特に，数学の苦手な生徒にとって有効であった。

２つ目は，何故計算で一次関数の式を求めていくのか，その必要性に気づかせるために，２つの問題を用意した。こうすることで，今まではただ何となく言われるがままに計算をして求めていた作業に対して，意味を持ちはじめた。そして，「グラフから傾きは解るが，切片がはっきりと解らない。だから，式を使ってきちんとした値を出そう。」と自分で納得して，計算で一次関数の式を出す作業に取りかかれていた。数学を学習していく上で，学習した内容につながりをもたせることと，学習する内容に意味を持たせることはとても大切である。このことは，生徒の学ぼうとする意欲にも関わってくると思われる。今回の授業のような取り組みを続けていくことで，生徒の数学に対する態度が変わってくるのではないかと考える。

（林　俊雄）

1　単元名　関数$y=ax^2$　（第３学年）

題材名　関数$y=ax^2$の利用

2　目　標

・身のまわりにある事象に関心をもち，その特徴を調べようとする。

・関数$y=ax^2$の関係を一次関数と比較して考察し，変化の割合や式，グラフからその特徴を捉えることができる。

・$y=ax^2$の式やグラフに表すことによって具体的事象の問題を解決できる。

・２乗に比例する関数の意味とその特徴，また変化の割合の意味を理解することができる。

3　指導計画と本時の位置づけ

第１次　関数$y=ax^2$……………………… ２時間

第２次　$y=ax^2$のグラフ………………… ３時間

第３次　変化の割合…………………………… ２時間

第４次　放物線と直線………………………… １時間

第５次　関数$y=ax^2$の利用……………… ２時間（本時は第２時）

第６次　章の問題……………………………… １時間

4　指導上の立場

（1）教材観

第３学年における関数指導のねらいは，具体的な事象を調べることを通して，関数$y=ax^2$について理解するとともに，関数関係を見いだし，表現し考察する能力を伸ばすことにある。１，２年での比例や反比例，一次関数では扱えなかった日常に見られる事象について考察することができる。数学の教科書にもよく取り上げられる噴水や振り子の動き，パラボラアンテナ，ボールの動きなど指導の範囲が広がる。こうした学習をもとに身のまわりから放物線とみられる曲線を見つけさせ考察させていくことによって，何気なく見過ごしていたことに数学が使われていることを発見したり，学習した力を意識的に活用したりしていくことになると考える。

３年間の流れの中で，関数$y=ax^2$の特徴を表やグラフを通して理解させるようにし，比例や反比例，一次関数との違いについて明らかにしていく。さらに，表やグラフを使うことの鮮やかさ，美しさを味わわせながら，数学的な見方や考え方のよさを感じさせていきたい。こうした場面は数多くあるが，既習の知識や技能，図，表，文字が活用できるとき，特殊化や一般化をして考えるときの場面があげられる。このような場面を学習活動の中に多様に設定し，その学習活動を体験させることにより，数学的な見方や考え方のよさを知り，主体的に問題解決に取り組もうとする意欲を育てていきたい。

（2）学力診断調査に基づく生徒の実態

中学３年生「数量関係」に関する学力診断調査の結果から，次のような問題での正答率が低い。

$\boxed{3}$高いところから物を自然に落とすとき，ｘ秒後までに落ちる距離をｙｍとすると，$y=5x^2$という関係があります。この運動について２秒後から４秒後までの間の平均の速さを求めなさい。
………４６.９％

$\boxed{5}$右の図の正方形ＡＢＣＤは１辺が８cmです。点Ｐは毎秒２cmの速さで，ＡからＢまで動き，点Ｑは毎秒２cmの速さで，ＡからＤまで動きます。２点Ｐ，Ｑが同時にＡを出発してからｘ秒後の△ＡＰＱの面積をｙcm²とします。ｘ，ｙの関係を式に表しなさい。
………６５.８％

いずれの問題にも共通していえることは，平均の速さや正方形の辺上を点が動くといった現実の事象と数学の時間に習った学習との結びつきが弱いということである。ある意味では，他教科で学習したこととの結びつきや数学内の単元どうしの結びつきが弱いとも言える。

（3）授業改善の視点と方法

①今までの指導の問題点

今までの指導における不十分点として，よく出てくる手続き先行意味欠落といわれる，やり方のみを練習ばかりして，そこにある数学的な意味がわかっていない状態がある。現実の授業の中で，発表や発言の中に生徒の実体験不足をよく感じる。数学の問題としては解く方法がわかり，答えを出せるが，それが実現象と結びついていないことが多くある。また，できているのにそれにいたるまでの過程を表現できない状態なども，見受けられる。出てきた結果や過程が何を表せているのかが理解できてこそ数学は役に立つなとか楽しいにつながっていくのである。そしてさらに数学を積極的に活用していこうとする態度が育っていくのである。そのためには関心・意欲の伸長を目指す教師の側の教材や指導法の開発が重要になってくると考える。

②新しい指導・数学的活動

新学習指導要領に「数学的活動の楽しさ」という文言が盛り込まれた。「実生活との関連を図り，事象を数理的に考察する力を伸ばし，数学的な見方や考え方を用いて問題を解決する能力をいっそう高めることができるようにするために，観察，操作，実験など具体的な活動を通して，ものごとの関係やきまりを見いだしたり，得られた結果の意味をよく考えたりするなどの活動を重視する。」とあり，こうした活動を取り入れた授業に取り組むことは，

新学習指導要領に沿っていることがわかる。

この「数学的活動」の方向を重視しながら，さらにテクノロジーを有効に絡めていきたい。

新学習指導要領第 3「指導計画の作成と内容の取扱い」において「各領域の指導に当たっては，必要に応じ，そろばん，電卓，コンピュータや情報通信ネットワークなどを活用し，学習の効果を高めるよう配慮するものとする。特に，数値計算にかかわる内容の指導や観察，操作，実験などによる指導を行う際にはこのことに配慮するものとする。」と示されているように，テクノロジーは数学的活動をささえるための効果的なツールとしての重要性が明確になった。

従来，数学の授業におけるコンピュータの活用は，ドリル，チュートリアル，シミュレーションなど，授業者が用意した教材を生徒が見たり，操作したりして理解を深めて行く学習が中心であった。ところがさまざまなツール型のソフトウェアが開発させるようになり，生徒自らが学習課題について，グラフをかいたり，作図したりすることを通して問題解決を図っていけるようになってきた。

テクノロジーを積極的に活用する実践は，数学の授業そのものの改善につながっていく。さまざまな領域や教材の中でテクノロジーを利用することが有効なものは何かを具体化し，テクノロジー自体に興味が向くのではなく，数学的な内容に目を向けるような授業を構築していくことをめざしたい。新学習指導要領でも「数学的活動の楽しさ」の「楽しさ」が，単に楽しいおもしろいではなく，数学を学ぶことの楽しさを味わわせる方向でなければならないとしている。

生徒は，関数というものにとらえ難いものを感じることが多い。現実事象や具体的事象を出来るだけ扱い，実感をもって取り組ませていく。その事象には，身近で興味関心のある物のほうが望ましいが，他の生活の場面や他の教科で学習したことに関連している形でもよいと考える。いずれにしても，そこに数学的な関係を見いだし，表現したり考察したりしてその特徴をとらえて発表できるものであればよいと考える。こうした学習の中に小集団での発表，考察をし，練り上げを行うことも取り入れて，個人の考えだけで終わらせることなく，発表をしてより自分の考えを確かにしたり，考えを共有してより良い考えを生み出したりする活動を取り入れていく。こうした指導の方向で，関数を身近なものとしてとらえさせていきたい。

5　本　時　案　計画第５次の第２時

目　標	・　ボールの動きが本当に放物線になっているのかの考察をすることによって，数学的な見方や考え方のよさを感得する。 ・　実生活と関数との関連を知り，関数を身近なものとして捉えることができる。

学習活動	数学的活動への支援	評価基準
１．画面に出てくるボールの動きを見る。	１．今までの学習との関連を考えさせながら，ボールの動きを観察させる。	関心・意欲 興味･関心をもって観察できたか。
２．本時の学習内容を確認する。	２．教科書の写真も参考に，放物線になっていることを発表させ，次の学習課題を出す。	

学習課題　画面に出てくるボールの動きは本当に放物線になっているのだろうか。

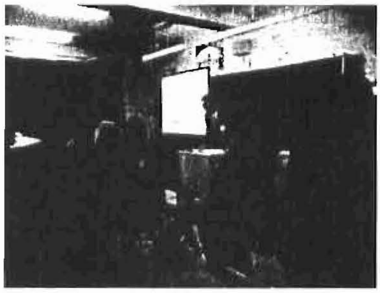
学習活動	数学的活動への支援	評価基準
３．画面のボールの動きをコピーした追求プリントで考えを進める。	３．既習内容を思い起こさせ，どんなことをいえばよいかを考えさせる。追求プリントに沿って，個人，班，学級の順に練り上げる。 下記の点に注意しながら話し合わせる。 ・　自分の考えをしっかり発表させる。 ・　発表に対して，まちがいはないか，補足する必要はないか等の観点で検討する。 ・　自分の課題との共通性，関連性を意識しながら聞き，有効性の視点から見つめ直し，相互の理解を深め，互いのよさを認め合う。	関心・意欲 協力して考えを発表しようとしているか。 見方・考え方 共通性や関連性を意識できたか。 表現・処理 考えをわかるように発表できたか。

予想される反応
- ・　１つの点から式をつくり，他の点がその式をみたすかを見る。
- ・　限りなく近い$y=ax^2$のグラフをかく。
- ・　表を作り，χが２倍３倍…のとき，ｙが４倍９倍…になる。

学習活動	数学的活動への支援	評価基準
４．他の角度で投げられたボールの動きで確認する。	４．いくつかの違う角度で投げられたボールの動きのプリントを配布し，同じ方法で，放物線になっていることを確認させる。	知識・理解 まとめた内容を理解し発展課題に生かせたか。
５．発展課題に取り組む。	５．いくつかの角度を変えて投げたボールの動きからわかることを発表させる。	
６．学習を振り返り，追求プリントにまとめる。	６．日常の事象の中に数理を見いだすことのよさに気づかせたい。	表現・処理 自分の考えの流れなどを記録できたか。

6　授業展開の実際と生徒の反応

(1) 課題をつかむ



ボールを投げた様子のビデオを見て，その動きがどうなっているかを考える。学習してきた放物線になるのではないかという予想を引き出す。

(2) 本当に放物線になるかどうかの確認をする。

ボールの軌跡をプリントにしたものが必要であることを出させ，そのプリントで何をどうしてどんなことがいえたら関数$y=ax^2$になっているといえるかを考えさせる。はじめは，個人で考え，次に班で5人の考えを出し合い，練り上げたものを発表し，クラス全体の考えをまとめ，練り上げていく。式・グラフ・表で学習したことを思い出させ，それらを実際のこの問題に生かしていけるかを見ていく。

1つの点から式をつくり，他の点がその式をみたすかを見る。

限りなく近い$y=ax^2$のグラフをかく。

表を作り，xが2倍3倍…のとき，yが4倍9倍…になる。

の3点はきちんとおさえ，それ以外の表現や考え方も大切にしていく。

発表においては，まちがいはないか，補足する必要はないか等の観点で検討させ，自分の課題との共通性，関連性を意識しながら聞き，有効性の視点から見つめ直し，相互の理解を深め，互いのよさを認め合わせる方向で進めていく。

(3) 他の角度で投げられたボールの動きでも同じ確認をする。

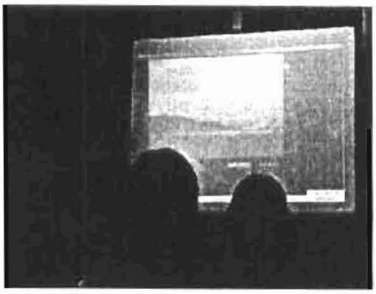
もう2通りの違う角度で投げられたボールの動きを再度ビデオで見させる。同じ流れで，関数$y=ax^2$になっていることを確認させ，発表させる。発表の機会を多くとって，どんな角度でもうまくいくことを実感させていく。また，できれば，角度の違いによる違いが発見できれば，それを見つけさせ，発表させる。

(4) 追求プリントにまとめをして，考えの流れを残していく。

プリントに段階を追って，考えを書かせ，同時にそのときの気持ちも記入させていく。そして，最後にまとめとして，それぞれの場面でのまとめと最後のまとめをさせる。自分のことだけでなく，友達の考えを聞いてのことや新しい発見に対しての気持ちを残させたい。その上で，数学の学習としてのまとめをきちんとして，今日の授業のまとめとする。

7　授業の考察

生徒の感想から，



・コンピュータでボールの跡を残していけるなんてすごい。動く映像は授業に入りやすくて，ボールの動きも綺麗だった。

・こんな身近なものが２次関数になっているとは思わなかった。

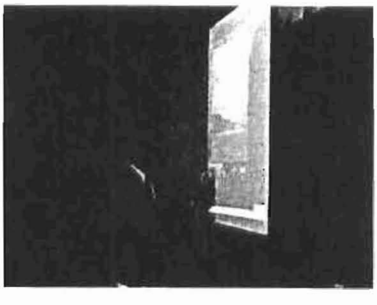
・２次関数っていろんなところに使われている！っていうか，あるんだなということがわかった。

・やろうと思えば，けっこういろんなものから数学の問題ができるのかもしれないなぁ。

・わかっていそうで，忘れていたり，使えなかったりするのはくやしい。いろいろな復習ができた。

・見た感じ簡単そうに見えるけど，切り口がなかなか見えなかった。数学で学習した特徴とかをしっかりおさえていないとできないことがわかった。

・ふだんあたりまえのように数学でやっていることが，いざというときにでなかったことがショックでした。やはり基本を大切に頭にとどめておいて，いつでも使えるようにしておかなければと思いました。



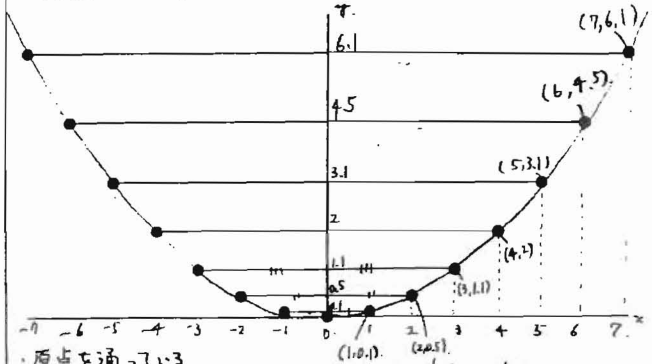
などを挙げておく。普段目にする事象が数学に結びついたとか，数学で学習したことをこうした場面で活用できるようにしなければならないということに気が付き，大切にしなければならないということが出てきた例である。普段の数学の学習が数学の時間だけのものにとどまらず様々な場面で活用できるような方向にまで進めていきたいと思うところである。

今後もこうした現実事象と数学を結びつける題材について，各学年の指導内容や発達段階，他教科との関連を考えながら，教材や指導方法の開発を行い,カリキュラム化を行っていく必要がある。こうした授業を取り入れることによって現実の事象や他教科で学習したことと数学を結び付けていくことになると考える。しかし，数学的な活動にもっていける教材・教具・実験などの題材は，新しく開発されるものとしてはなかなかいいものが減ってきているのが現状である。インターネットのみならず，研究会や学会などに出て，アンテナをしっかり張って，敏感に対応していかなければならない。

（平野　圭一）

3年　数学　**追求プリント**　題材名（ 関数$y=ax^2$ ）

ボールの動きは，本当に関数$y=ax^2$になっているのだろうか。
それを確かめるには，何をどのように言えばよいでしょう。



(8,9)

・原点を通っている。
・縦をy，横をxとしたときに，
ボールの通った後をつなぐと
y軸で対称になる。
・なめらかな曲線となる。（線をつなぐと）
・$a>0$のとき，x軸より上に開いている。

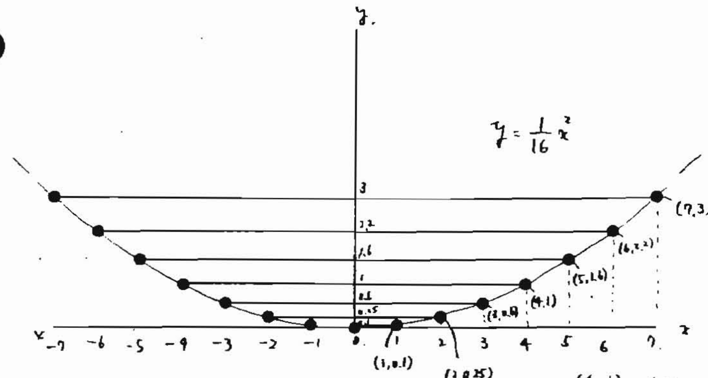
$y=\frac{1}{8}x^2$，$y=\frac{1}{9}x^2$，$y=\frac{3}{25}x^2$ …

1cmとする。

$y=\frac{1}{8}x^2$ となる

座標	x	1	2	3	4	5	6	7	8	…
	y	0.1	0.5	1.1	2	3.1	4.5	6.1	9	…
式 ($y=ax^2$)		$y=\frac{1}{10}x^2$	$y=\frac{1}{8}x^2$		$y=\frac{1}{8}x^2$				$y=\frac{1}{8}x^2$	

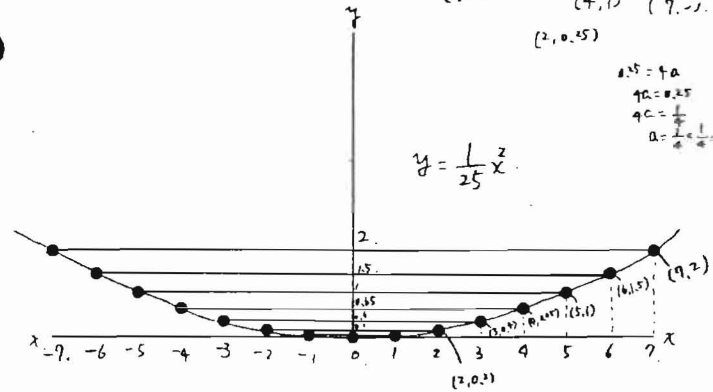
❷



$y=\frac{1}{16}x^2$

(4,1)　(7,-)
(2,0.25)

❸



$y=\frac{1}{25}x^2$

$0.4=9a$
$9a=0.4$

$y=\frac{1}{25}x^2$

3年　数学　**追求プリント**　題材名（ 関数$y=ax^2$ ）

校 14.11.22 平野

1．学習課題を知ろう。

「学習課題」
ビデオで観たボールの動きは
本当に関数$y=ax^2$になっているのだろうか。
それを確かめるには，何をどのように言えばよいでしょう。

追求しているときの気持ち
・ボールがとてもうまく，形になっていて頂点がきれいにとおっていて，いいと思う。
・2つ思いついた。でも，式をつくってみようと思ったけど，ちょっと思いつかないかもしれない。
・座標をしらべてやると，きっちりした数字がでないからとてもやりにくい。式は$y=\frac{1}{8}x^2$だけど，全部はならない。おかしいなあ？

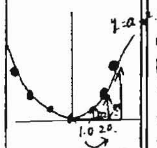
2．自分の考えで，どのようにすればよいかを出してみよう。

必要なもの
ボールの動きだけ。（人や背景はいらない）軌跡（うごいたあとを残すこと）
間隔をうまくとるコンピュータ（均一にとらないとわかりにくい）

目のつけどころ，解決のために使えること
・y軸上に対して左右の点の間隔がすべて一定になっているかをしらべてみる。（最初の点は，1．1で2cmとかいうかんじ）
・y軸上に対して紙をかさねてみて，合わされば OK にする。（点同士がぴったりと）

・$y=ax^2$の座標に，各座標の点をはめていく。
でも誤差がでるらしい!!
$(\cancel{1,x})$ $(2,\frac{1}{2})$ $(4,2)$ $(6,\frac{9}{2})$（このうつは$y=\frac{1}{8}x^2$にちゃんとなっていく。）

3．班の人の考えを書こう。

考え	考え	考え	（　）の考え	人の考えを聞いて思ったこと
各点の座標を求める。 ある一定のところまで求めて，$y=ax^2$の座標にあてはめる。	xとyの座標をしらべていって，$y=ax^2$に代入していくやり方なので，前田くんと同じ考え方になっている。でもまだ式はでてないということです!!	y軸上でおって，点同士が重なったので同じになるということです。私と同じだと思う。もう1つは$y=ax^2$の座標に各点の座標をあてはめていくということだけど，まだでていないらしい。	（大森くんお休み）	みんな，だいたい座標を求めてやっているから，あたしもやってみました。(4,2) $(2,\frac{1}{2})$というふうに少し中途半端になってしまったけど，y軸に対してちゃんと対称になった。

4．班の考えをまとめて学級へ発表しよう。

（ 2 ）班のまとめ
① $(4,2)$ $(2,\frac{1}{2})$ $(6,\frac{9}{2})$　② y軸上に対して折り重ねる。
$y=\frac{1}{8}x^2$にあてはまるので，$y=ax^2$の式になる!!
③ 左右のきょりが同じ　④ 二等辺三角形になるから。

まとめているときに思ったこと
3年生の式の特徴はxが2倍，3倍になると，yは4倍，9倍，16倍のように2乗になっていくことなので，ちょっとこのさがでてきてしまいました。
気をつけてみようと思った。

5．学級全体でまとめてみよう。

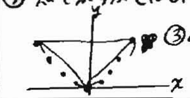
学級全体でのまとめ
グラフ→原点を通る
　　y軸について対称
変化の割合→かわっている

これがそろっているからといって，3年生の，$y=ax^2$のグラフとはいえない!! ので気をつけよう。

x	0	1	2	3	4	5
y	0	0.25	$\frac{1}{2}$	1	2	3

6．他のボールの動きでも確かめてみよう。

① 他の点も$y=ax^2$に代入していくと，ちゃんと式になっていく。
② y軸を中心におると，ちゃんと点同士がかさなる。
③ 点をむすぶ（はし同士）と，二等辺三角形になる。



確かめのときに思ったこと
やっぱり$y=ax^2$の式だと，どんな形でもちゃんとつり合った図になるということがよくわかった。すごくおもしろい!!

7．課題を振り返ってみよう。（追求を終えて，わかったことや学んだことを書こう。）

①自己追求　最初，x軸とy軸をはかってやっていくと，なんかおかしい数字になってどうしようかと思ったけど，だんだん式にあてはまるようになってよかったと思います。

②班・学級　班までやると，やっぱり色々な考えがでてきていいと思った。すぐできる（おるやつ）のとか，私と同じのとかもあったけど，おもしろかったです。

③今回の学習の成果
自分で考える力，考えようとする力が，だいぶついたと思う。前はできなかったら，班の人のをみせてもらうだけだったけど，今はちがうと思う。

④もっとつけたい力
もう少しみんなとちがうやり方をみつけてみたいと思う。発展したやり方をさがしていく力をつけたいです。できたらすごいうれしいと思う。

⑤感想
今回の式は，とても形がいびつになったりした。でも②や③とかもちゃんと式ができていったのが，すごくうれしかった。前よりも考える力がついたと思う。

資料　中学校「数学」の「数量関係」に関する学力診断調査問題

1　第１学年の学力診断調査問題
2　第２学年の学力診断調査問題
3　第３学年の学力診断調査問題

数学科調査問題（数量関係）　第1学年

＿＿組　＿＿番

1　yがxに比例し，$x=2$のとき$y=5$となっています。次の問いに答えなさい。

(1)　yをxの式で表しなさい。

(2)　比例定数はいくらですか。

2　xとyの対応が次の表のようになっています。次の問いに答えなさい。

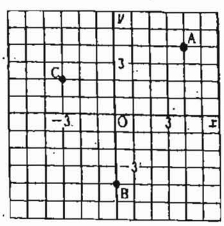
x	……	-3	-2	-1	0	1	2	……
y	……	4	6	12	×	-12		……

(1)　xとyのあいだにはどんな関係がありますか。

(2)　$x=2$に対応するyの値を求めなさい。

(3)　yをxの式で表しなさい。

3　次の図について次の問いに答えなさい。



(1)　点Cの座標を求めなさい。

(2)　点Aとy軸について線対称な点の座標を求めなさい。

(3)　点Bと原点について点対称な点の座標を求めなさい。

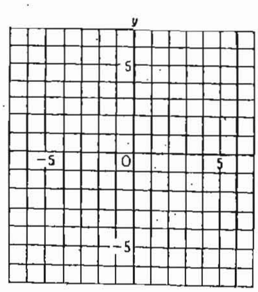
(4)　次の点を上の図に示しなさい。

D(2，5)　E(0，-5)　F(-3，5)

4　次の関数のグラフをかきなさい。

(1)　$y=-3x$

(2)　$y=\dfrac{6}{x}$

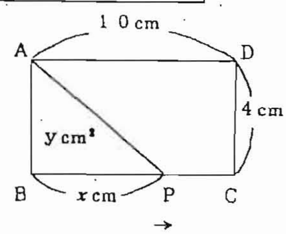


5　毎分3ℓずつ水を入れると，80分でいっぱいになる水そうがある。毎分x ℓずつ水を入れるとき，いっぱいになるまでy分かかるとして，yをxの式で表しなさい。

考え方

式

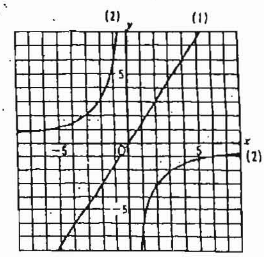
6　次の図の長方形ABCDは，縦が4 cm 横が10 cm です。点PはBから出発して，辺BC上をCまで進むものとし，Bからx cm 進んだときの△ABPの面積をy cm²とします。次の問いに答えなさい。



(1)　yをxの式で表しなさい。

(2)　変数xの変域を示しなさい。

7　次のグラフは，正比例と反比例のグラフです。yをxの式で表しなさい。



(1)

(2)

8　下の絵を見て比例関係にある問題を作りなさい。また，その関係を式で表しなさい。

問題

式

数学科調査問題（数量関係）　第２学年

＿＿組　＿＿番

1　yがxの１次関数で次の表のような値をとっている。このとき，表の空らんにあてはまる数を求めなさい。

x	-4	-2	0	2	4	6
y		-7		-1	2	5

2　１次関数　$y=3x+4$についてグラフの傾きと切片をいいなさい。

傾き　　　切片

3　次の各点は，１次関数$y=2x+3$のグラフ上の点である。□にあてはまる数を答えなさい。

A（ -5，□ ）　B（ □ ，１７ ）

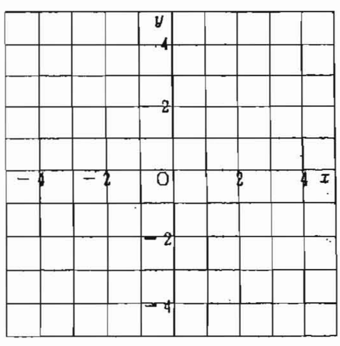
4　次の１次関数について，xの増加量が４であるときのyの増加量を求めなさい。

(1)　$y=\frac{1}{2}x-1$

(2)　$y=-3x+5$

5　次の一次関数のグラフをかきなさい。

(1)　$y=2x-1$　　　(2)　$y=-2x+3$



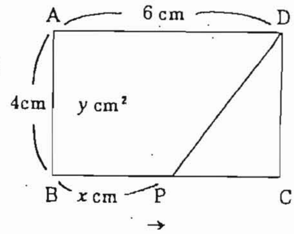
6　次の条件をみたす一次関数の式を求めなさい。

(1)　$x=5$のとき，$y=3$で，xが５増加するとyは２増加する。

(2)　グラフが２点（２，３），（-5，-11）を通る。

(3)　グラフが点（１，-2）を通り，直線$y=-3x$に平行である。

7　右の図の長方形ＡＢＣＤは，縦が４cm，横が６cm です。点ＰはＢから出発して，辺ＢＣ上をＣまで進むものとします。Ｂから$x$cm 進んだときの多角形ＡＢＰＤの面積を$y$cm²とします。次の問いに答えなさい。



(1)　yをxの式で表しなさい。

(2) (1)で求めた式で，xに比例する部分と，定数の部分は，それぞれ上の図のどんな量を表していますか。

xに比例する部分

定数の部分

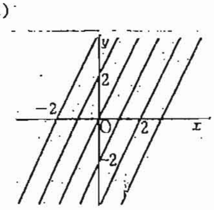
(3) 変数x，変数yのそれぞれの変域を示しなさい。

xの変域

yの変域

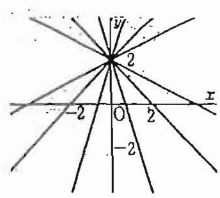
8　次のグラフは，関数$y=ax+b$のグラフです。(1)，(2)について，気がついたことを書きましょう。

(1)



(1)

(2)



(2)

数学科調査問題（数量関係）　第３学年

＿＿組　＿＿番

1　次の場合，x，yの関係を式に表しなさい。

(1)　yはxの２乗に比例し，$x=-3$のとき$y=7.2$である。

(2)　関数$y=ax^2$で，$x=2$のとき$y=-8$である。

2　関数$y=2x^2$について，xの値が3から5まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

考え方

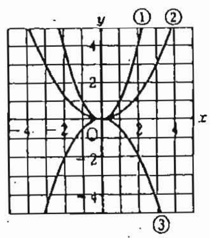
変化の割合

3　高いところから物を自然に落とすとき，x秒後までに落ちる距離をymとすると，$y=5x^2$いう関係があります。この運動について２秒後から４秒後までの間の平均の速さを求めなさい。

4　下の図は，３つの関数

$y=\frac{1}{3}x^2$,　　$y=x^2$,　　$y=-\frac{1}{2}x^2$

のグラフを同じ座標軸を使ってかいたものです。①，②，③は，それぞれどの関数のグラフになっていますか。

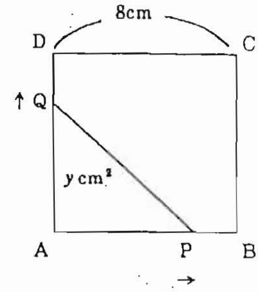


①

②

③

5　右の図の正方形ＡＢＣＤは１辺が8cmです。点Ｐは毎秒２cmの速さで，ＡからＢまで動き，点Ｑは毎秒２cmの速さで，ＡからＤまで動きます。２点Ｐ，Ｑが同時にＡを出発してからx秒後の△ＡＰＱの面積を$y$cm²とします。



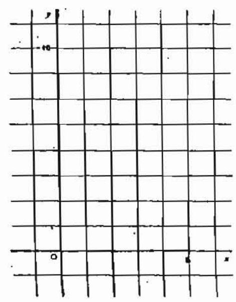
次の問いに答えなさい。

(1)　x，yの関係を式に表しなさい。

(2)　x，yの変域を求めなさい。

xの変域

yの変域



(3)　そのグラフをかきなさい。

6　１つのさいころを投げるとき，５以上の目が出る確率を求めなさい。

7　袋の中に，赤玉４個，白玉２個，青玉３個が入っています。この袋から玉を１個取り出すとき，次の確率を求めなさい。

(1) 赤玉が出る確率

(2) 赤玉または白玉が出る確率

8　１から４まで数字をかいたカードが１枚ずつあります。このカードをよくきって，１枚ずつ２回続けて取り出し，取り出した順に左から右へ並べて２けたの数を作ります。次の確率を求めなさい。

1　2　3　4

(1) その整数が奇数となる確率

(2) その整数が３の倍数となる確率

分担執筆者一覧

髙橋敏雄	岡山大学教育学部
黒﨑東洋郎	岡山大学教育学部
洲脇史朗	岡山理科大学
大月一泰	岡山大学教育学部附属中学校
木村善生	岡山大学教育学部附属中学校
秋山　真	岡山市立東山中学校
平野圭一	岡山市立竜操中学校
小野　大	岡山市立上南中学校
一守彰子	岡山市立富山中学校
川上公一	倉敷市立南中学校
宇津見雅英	邑久町立邑久中学校
林　俊雄	玉野市立宇野中学校

岡山大学算数・数学教育学会
中学校「数学」学力診断プロジェクト委員

委員長	髙橋敏雄	岡山大学教育学部
	黒崎東洋郎	岡山大学教育学部
	洲脇史朗	岡山理科大学
	大月一泰	岡山大学教育学部附属中学校
	木村善生	岡山大学教育学部附属中学校
	秋山　真	岡山市立東山中学校
	平野圭一	岡山市立竜操中学校
	小野　大	岡山市立上南中学校
	桐野彰子	岡山市立富山中学校
	川上公一	倉敷市立南中学校
	宇津見雅英	倉敷市立南中学校
	林　俊雄	玉野市立宇野中学校

－「つまずき」の顕著な指導事項の授業改善を中心に
確かな学力の育成を目指して－

評価を生かした新しい中学校「数量関係」の指導

平成１５年11月１日発行

発行者　岡山大学算数・数学教育学会
中学校「数学」学力診断プロジェクト
〒　７００－８５３０
岡山市津島中３丁目１番１号
代表　岡山大学教育学部数学教室　髙橋敏雄
電話　０８６－２５１－７６２７
eメール　t_taka1@cc.okayama-u.ac.jp